

Вступ в теоретичну механіку

Мета: розкрити творчу активність, зацікавити наукою, зазирнути в її минуле, показати роль і значення дисципліни в майбутній спеціальності та житті людини



План

1. Основні етапи розвитку механіки.
2. Структура механіки.
3. Зв'язок механіки з іншими дисциплінами та її роль у підготовці фахівців агропромислового комплексу України.



**Механіка - це наука
про механічний
рух
і взаємодію
матеріальних тіл**



Механіка

Теоретична механіка

статика

кінематика

динаміка

Опір матеріалів

розтяг-стиск

кручення

згинання

зсув (зріз)

згин


Деталі машини

з'єднання

механічні передачі

деталі

складальні одиниці



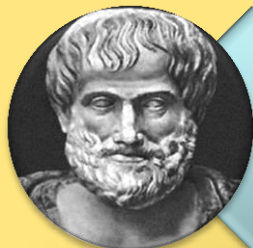
Механічний рух – зміна з часом взаємного розміщення у просторі матеріальних тіл або частин цього тіла

Спокій – окремий випадок механічного руху

***Механічний рух і спокій –
поняття відносні***

Механіка - одна з найдавніших наук.

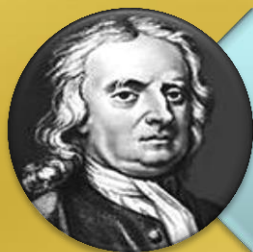
Грецьке слово “механіс” – машина.



**Арістотель (384-322 р.до
н.е.)**



**Архімед (287 – 212 р.до
н.е.)**



І.Ньютон (1642-1727 р)

п
е
р
ш
і
в
ч
е
н
і

ВІТЧИЗНЯНІ ВЧЕНІ

М. Є. Жуковський (1847 -1921 рр) – “батько російської авіації”

У.В. Мещерський (1859 – 1935 рр) – основи механіки тіл змінної маси.

К.Є.Ціолковський (1857 – 1935 рр) – терія реактивного руху і космічних польотів.

С.П. Корольов (1906 – 1966 рр) – генеральний конструктор космічних кораблів.

Ю.О.Гагарін (1934 – 1968 рр) – перший льотчик –космонавт.

Механіка

```
graph TD; M[Механіка] --> F[Фізика]; M --> M1[Математика]; M --> H[Хімія]; M --> FV[Фізичне виховання]; M --> MZ[Матеріалознавство]; M --> V[ВСТВ]; M --> K[Креслення]; M --> G[Гідравліка]; M --> KSD[Комплекс спеціальних дисциплін]; M --> KDP[Курсове та дипломне проектування];
```

Фізика

Математика

Хімія

Фізичне
виховання

Матеріало-
знавство

ВСТВ

Креслення

Гідравліка

Комплекс
спеціальних
дисциплін

Курсове та
дипломне
проектування

Механіка - це життя.

тому треба все життя вчитися у науки, у природи, думати й аналізувати, не заспокоюватись на досягнутому, йти сміливо вперед і пам'ятати, що життя й наука весь час ідуть вперед і відставати не можна.

"Основні поняття статички.

Аксиіоми статички"

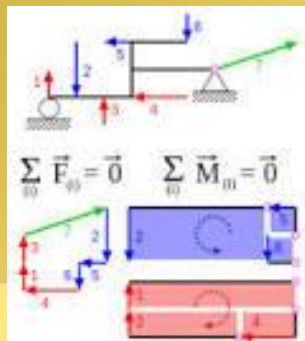
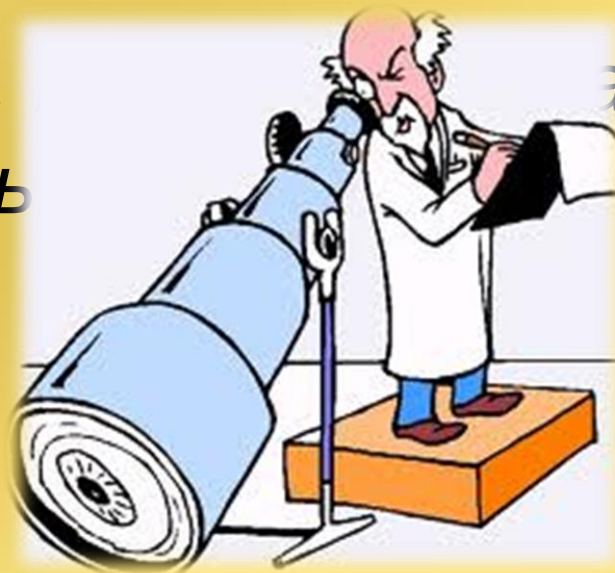


Мета : Ознайомитись з основними
поняттями

статички.

І.Нь

Закони



План



1. Предмет статики.
2. Матеріальна точка, абсолютно тверде тіло.
3. Сила, система сил.
4. В'язі та їх реакції:
 - 4.1 В'язі.
 - 4.2 Сила тиску, сила реакції.
 - 4.3 Принцип звільнюваності.
 - 4.4 Види в'язів.



Статика – це розділ теоретичної механіки, що вивчає умови, за яких тіло перебуває у рівновазі.

Рівновага – це такий стан, коли тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно.



Абсолютно тверде тіло – якщо відстань між будь-якими його точками не змінюється під дією на нього інших тіл (поняття відносне).

Матеріальна точка – точка, яка має масу.

тіла

Вільні

(якщо інші тіла
не заважають
його переміщенню
в будь-якому
напрямі)

невільні

(якщо
заважатимуть
вільному
переміщенню.)

Сила – це міра механічної взаємодії тіл.

Параметри сили: 1) модуль сили, $\vec{F}, \vec{P}, \vec{Q}$

2) напрям сили

3) точка прикладання сили



Система СІ - Н, кН

Ньютон – це така сила, яка надає тілу масою

1 кг прискорення 1 м/с^2 у напрямі дії сили.

$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}$$

$$1 \text{ мН} = 10^{-3} \text{ Н}$$

$$1 \text{ мН} = 10^6 \text{ Н}$$

$$1 \text{ мкН} = 10^{-6} \text{ Н}$$

Система тіл – сукупність тіл, будь-яким способом зв'язаних між собою.

Сили

внутрішні (сили взаємодії, що входять в дану систему)

зовнішні (сили, що діють на дану систему)

ОСНОВНІ АКСІОМИ СТАТИКИ

Аксіома – твердження без доведення.

Аксіома 1. : (аксіома інерції, перший закон Ньютона)

Всяке тіло зберігає стан спокою або прямо-лінійного рівномірного руху, поки якісь сили не виведуть тіло з цього стану.

Аксіома 2. : (аксіома взаємодії, третій закон Ньютона)

Сили взаємодії двох тіл завжди однакові за модулем і протилежно направлені по одній прямій (сили в природі завжди парні)



Аксиома 3. : (умова рівноваги двох сил)

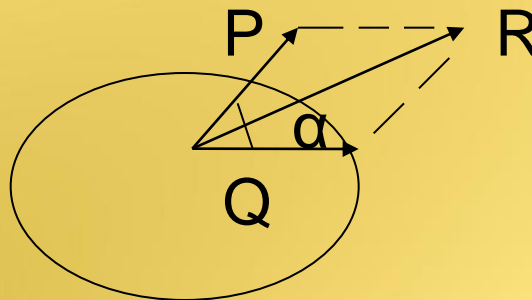
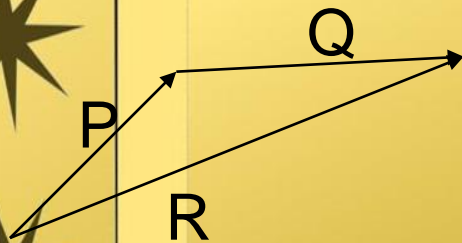
Для рівноваги вільного
твердого тіла, яке
перебуває під дією двох сил,
необхідно і
достатньо, щоб ці сили
дорівнювали одна
одній за модулем і діяли по
одній прямій
в протилежних напрямках.

Аксиома 5 : (аксіома паралелограма)

Рівновага двох сил, прикладених до тіла в одній точці, дорівнює за модулем діагоналі паралелограма побудованого на даних силах, збігається з діагоналлю і прикладена в тій самій точці.

$$R = P + Q$$

R – рівнодіюча двох сил



Випадки додавання двох сил:

$$\alpha = 0^\circ$$

$$R = P + Q$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$R = P - Q$$

В'язі – це обмеження , які накладаються на розміщення і швидкості точок тіла в просторі.

Сила тиску – сила, з якою тіло діє на в'язь.

Сила реакції – сила, з якою в'язь діє на тіло.

Сили, які діють на тіло:

```
graph TD; A[Сили, які діють на тіло:] --> B[Активні  
(намагаються перемістити тіло)]; A --> C[Реактивні  
(протидіють переміщенню)];
```

Активні
(намагаються
перемістити тіло)

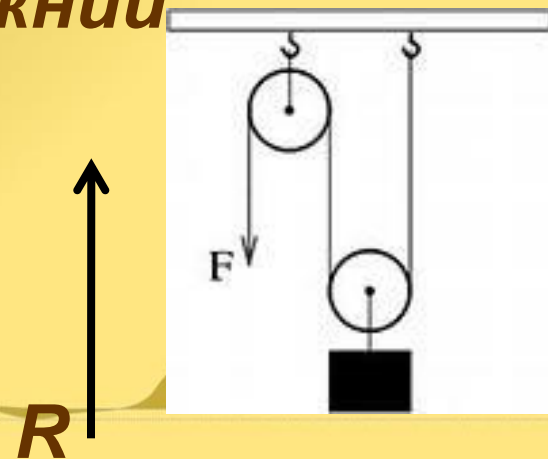
Реактивні
(протидіють
переміщенню)

Принцип звільнюваності:

всьяке невільне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути зв'язки і замінити їх реакціями.

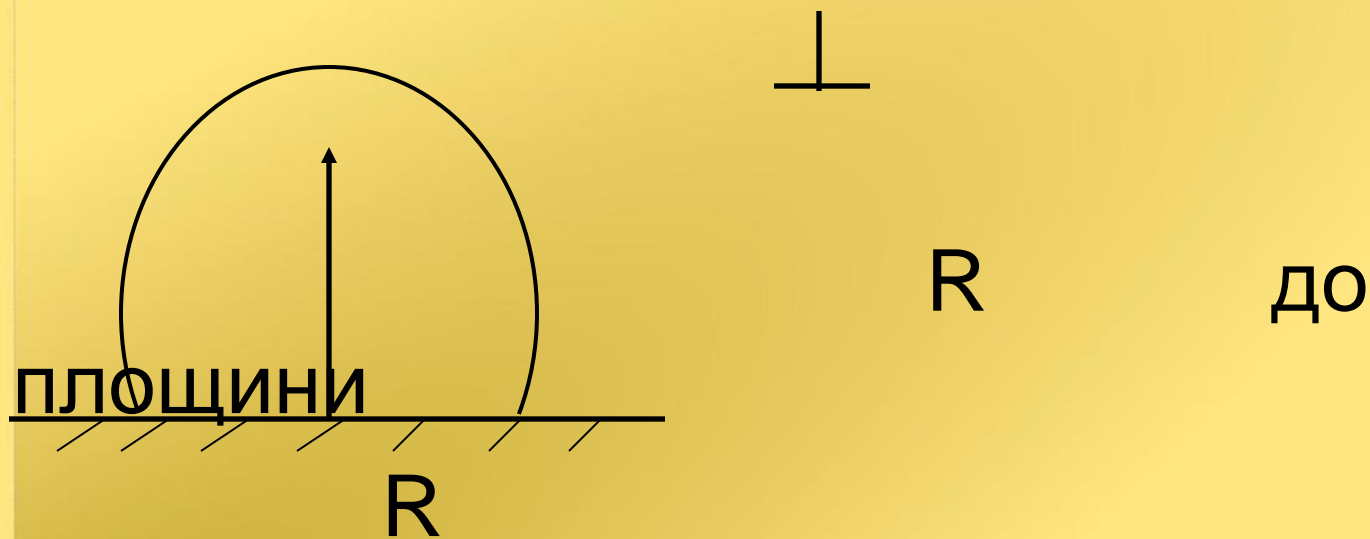
Правило для визначення напрямку в'язів:

напрямок реакції в'язі протилежний напрямку переміщення

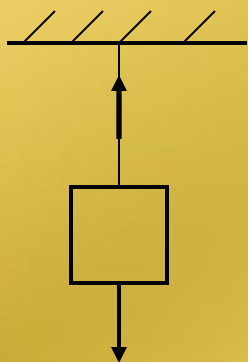
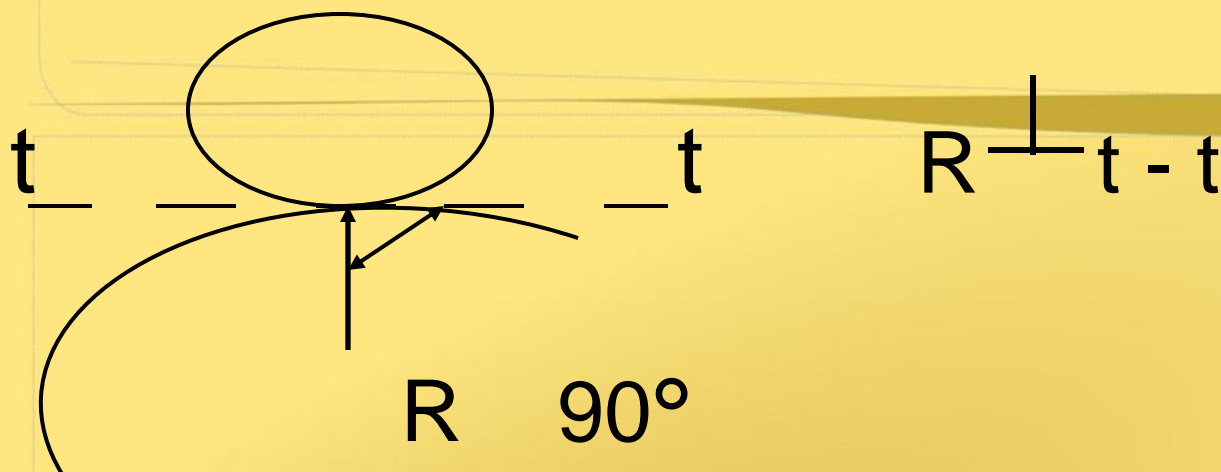


Види в'язів

1. Ідеально гладенька площина:



2. Ідеально гладенька поверхня

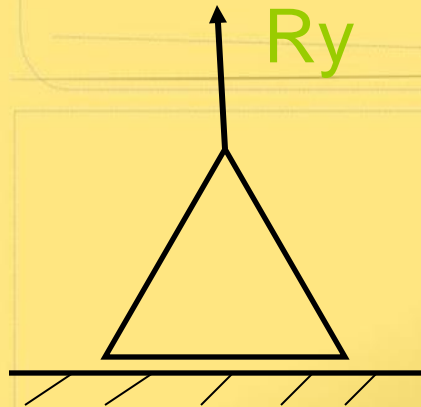


3. Гнучка в'язь

R R – вздовж гнучкої

в'язі

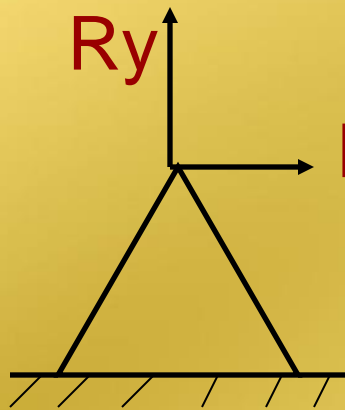
4. Шарнірно- рухома опора



R_y

R_y – по осі y

5. Шарнірно - нерухома опора

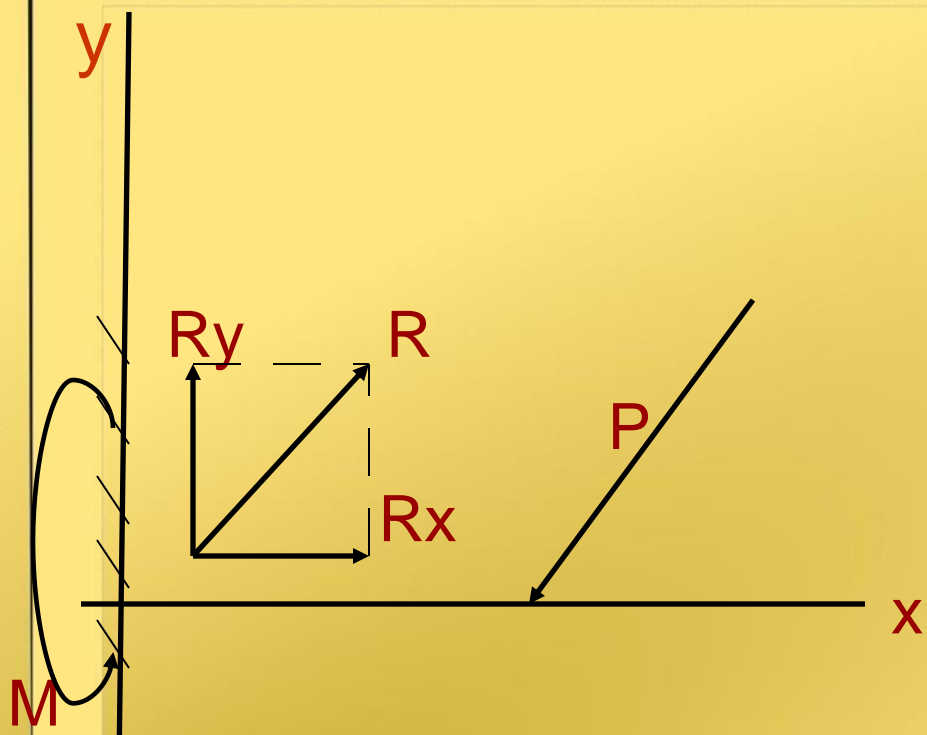


R_y

R_x

R_x , R_y – по осях координат
 x, y

6. Жорстке кріплення

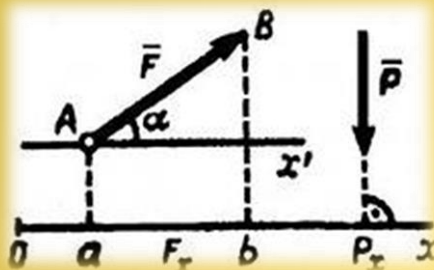


Плоска система збіжних сил

Мета: засвоїти поняття ПСЗС, ознайомитись з аналітичним та геометричним способом визначення їх рівнодіючої.

План

1. Система збіжних сил.
2. Способи визначення рівнодіючої ПСЗС.
3. Проекції сили на осі координат.



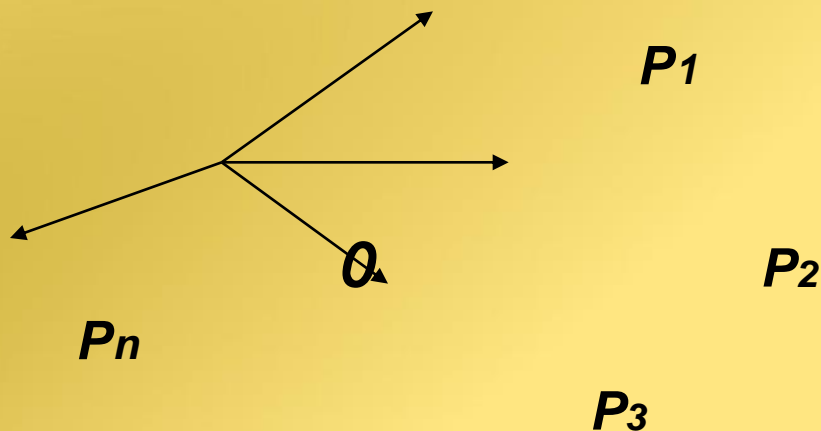
Система сил

Плоска

Просторова

Плоскою системою збіжних сил

(ПСЗС) називається система сил, лінії дії яких лежать в одній площині і перетинаються в одній точці.



Геометричний спосіб

визначення рівнодіючої ПСЗС:

Плоска система збіжних сил

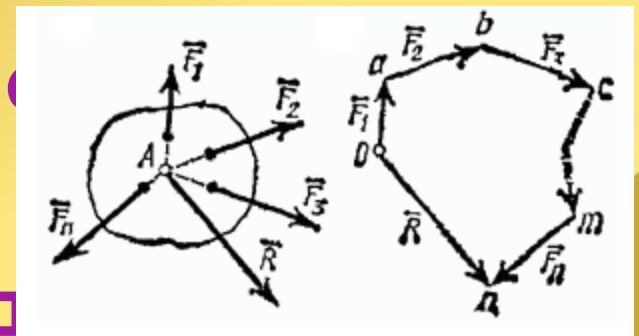
еквівалентна

**рівнодіючій, яка дорівнює векторній сумі
цих**

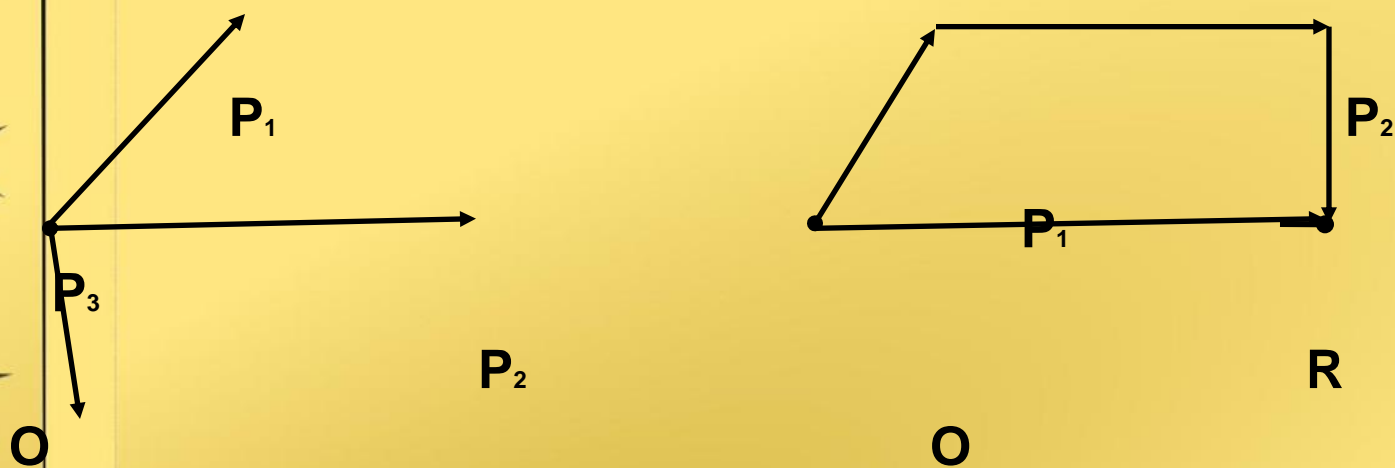
сил, лінія дії рівнодіючої

через точку

перетину лінії дії склад.



Побудова силового багатокутника



$$R = \sum P_n$$

R – замикаюча сторона силового



Аналітичний спосіб визначення рівнодіючої ПСЗС:

$$(P_1, P_2, P_3 \dots P_n)$$

$$R = \sum P_n$$

Спроекуємо сили на координатні осі:

$$R_x = \sum P_n x$$

$$R_x = \sum X$$

$$R_y = \sum P_n y$$

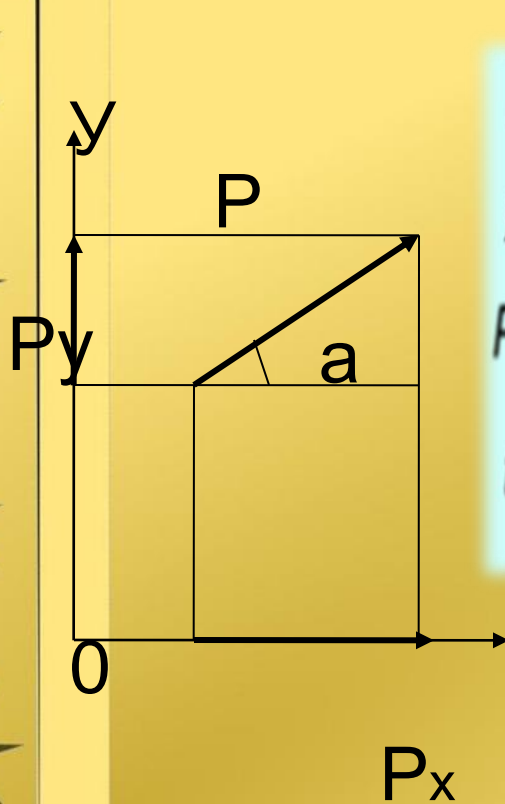
$$R_y = \sum Y$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

Напрямний тангенс $\operatorname{tg}(R, X) = \frac{Y}{X}$

Проекції сил на координатні осі

Проекцією сили на вісь називається відрізок осі, що лежить між двома перпендикулярами, опущений на вісь з початку і кінця вектора сили

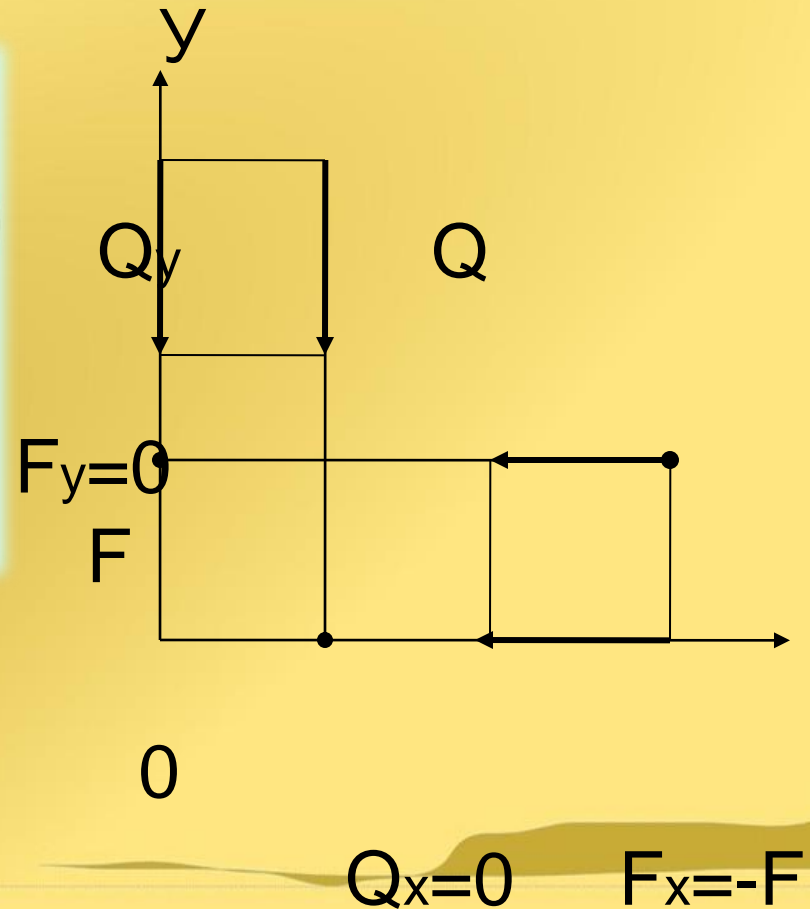


$$P_x = P \cdot \cos \alpha$$

$$P_y = P \cdot \cos (90^\circ - \alpha)$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

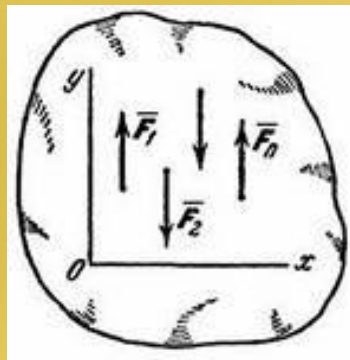
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_y}{P_x}$$



Пара сил.

Плоская система параллельных сил

- **Мета:** розглянути дії над паралельними силами, моментом сили відносно точки та моментом пари сил.



План

План

4. Пара сил, момент пари.

5. Дії над парами сил.

6. Умови рівноваги плоскої системи пар сил.

4. Властивості пар

5. Еквівалентність пар

6. Додавання пар

7. Умови рівноваги плоскої системи пар

Сила – це міра механічної взаємодії тіл.

Параметри сили: 1) модуль сили, $\vec{F}, \vec{P}, \vec{Q}$



2) напрям сили

3) точка прикладання сили

Система СІ - Н, кН



Ньютон – це така сила, яка надає тілу масою 1 кг прискорення 1 м/с^2 у напрямі дії сили.

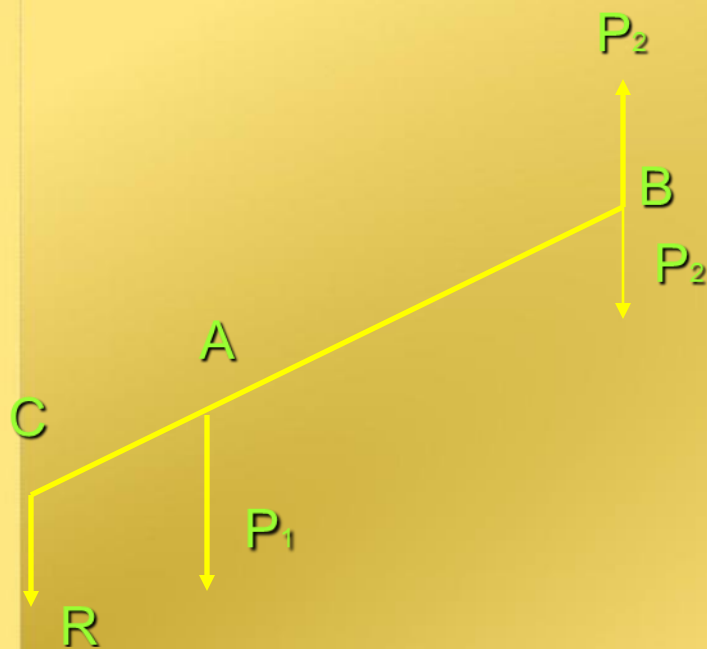
$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}$$

$$1 \text{ мН} = 10^{-3} \text{ Н}$$

$$1 \text{ мН} = 10^6 \text{ Н}$$

$$1 \text{ мкН} = 10^{-6} \text{ Н}$$

Дві неоднакові антипаралельні сили еквівалентні рівнодіючій, яка = різниці цих сил, // їм і напрямлена в бік більшої сили; лінія дії рівнодіючої ділить відрізок, що сполучає точки прикладання цих сил, зовнішнім способом на частини обернено пропорційні цим силам.

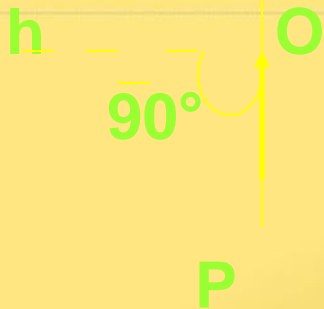


$$\frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{AC} = \frac{R}{AB}$$

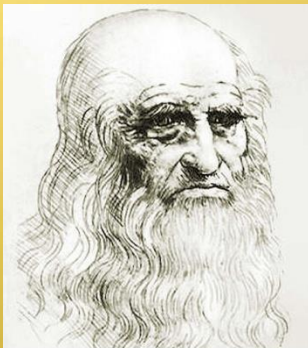
Момент сили – обертальна дія сили.

P – сила, Н

h – плече сили, м



Моментом сили відносно точки називається добуток модуля сили на її плече.



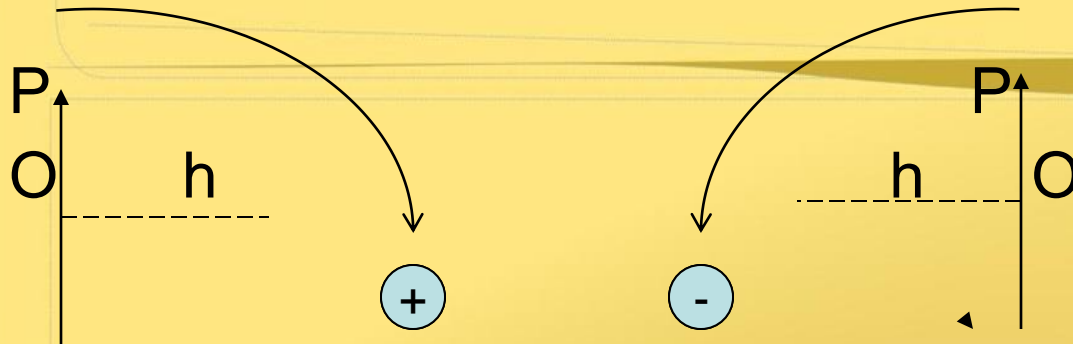
Леонардо да Вінчі

Італійський вчений

Леонардо да Вінчі 1452-1519 р.

Плече сили – найкоротша відстань (\perp) від центра моменту до лінії дії сили.

Система СІ: $M = (H \cdot M)$

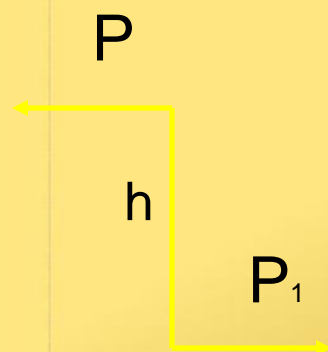


Правило знаків

Момент додатній – якщо сила намагається обертати своє плече навколо центра обертання за годинниковою стрілкою, від'ємний – навпаки.

Пара сил – початок XIX ст. французький вчений Пуансо (1777-1859)

Пара сил – дві антипаралельні сили, що дорівнюють одна одній за модулем.

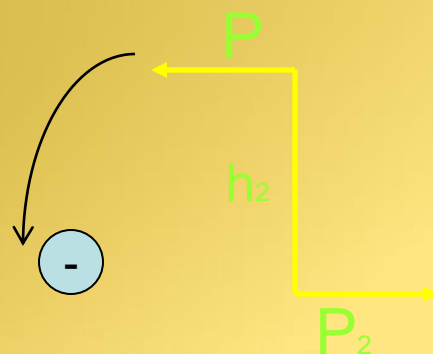
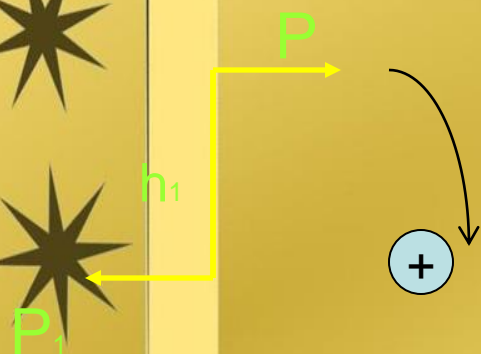


$$P = P_1$$
$$P \parallel P_1$$

Моментом пари сил називається добуток модуля однієї із сил, що входить до пари, на її плече.

$$M (PP_1) = P \cdot h = P_1 \cdot h \quad - \text{Н} \cdot \text{м}$$

Момент пари додатній, якщо вона намагається обертати своє плече за годинниковою стрілкою і навпаки:



Пуансо (1777-1859)

Основні властивості пари сил.

1. Пара сил рівнодіючої не має.

$$P_1 = P_2 \quad R = P_1 - P_2 = 0$$

2. Алгебраїчна сума моментів сил, що утворюють пару, відносно будь-якої точки площини дії пари є величиною сталою, яка дорівнює моменту пари.

3. Алгебраїчна сума проєкцій сил пари на вісь завжди дорівнює нулю.

Еквівалентними називаються дві пари сил, якщо одну з них можна замінити іншою, не порушивши механічного стану вільного твердого тіла.

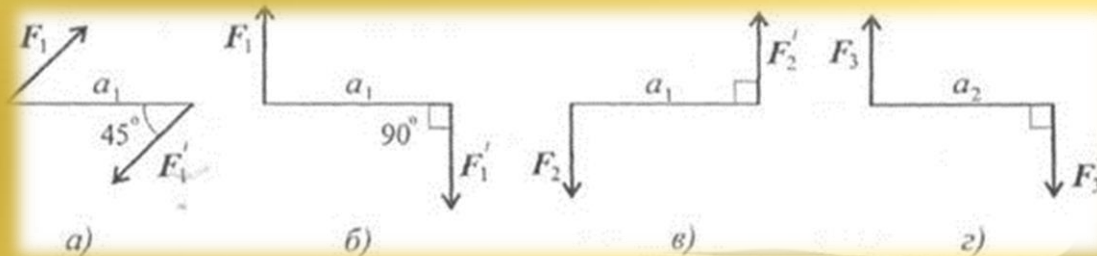
Якщо моменти двох пар алгебраїчно = один одному, то ці пари **еквівалентні**.

$$M(P, P_1) = M(Q, Q_1) \quad \text{або} \quad P \cdot a = Q \cdot b$$

Додавання пар сил

Всяка плоска система пар еквівалентна одній результуючій парі, момент якої = алгебраїчній сумі моментів даних пар.

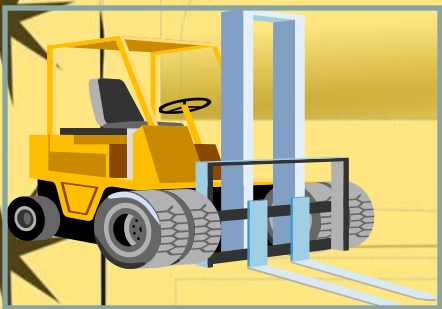
$$M = \sum M_n$$



УМОВИ РІВНОВАГИ.

$$\sum M p = 0$$

Для рівноваги плоскої системи пар необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів даних пар $= 0$



Плоска система довільно розміщених сил

Мета: *Розширити знання про момент сили відносно точки, про рівновагу важеля. Охарактеризувати умови рівноваги ПСДРС. Оволодіти вмінням визначати опорні реакції балки.*

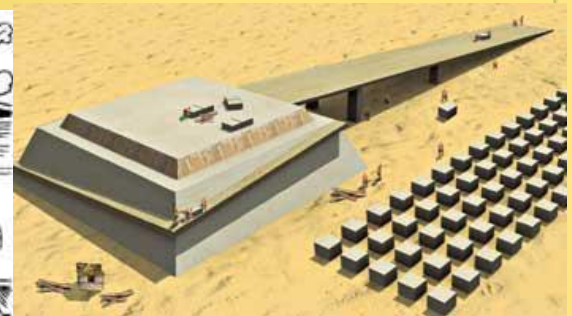
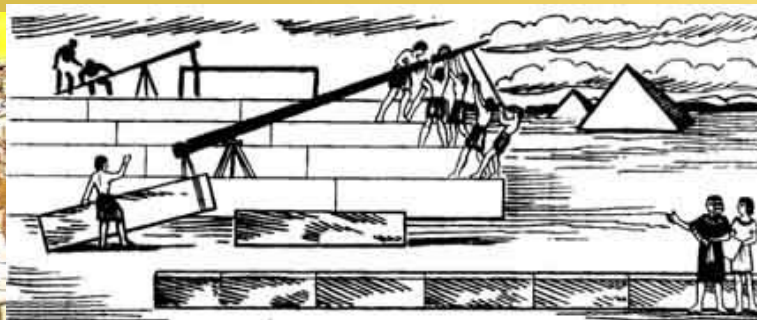
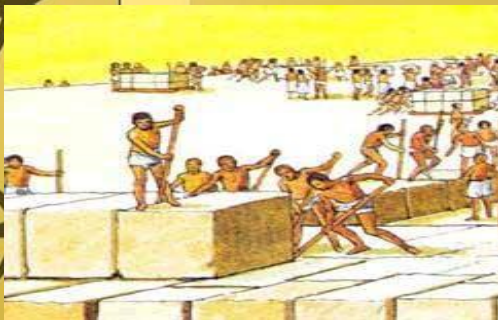
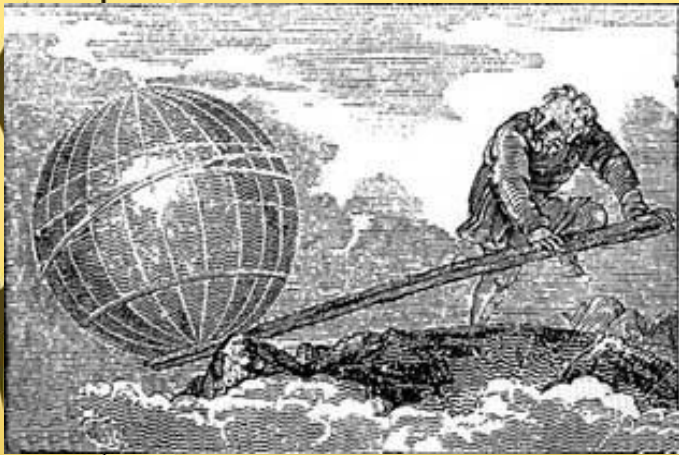


План

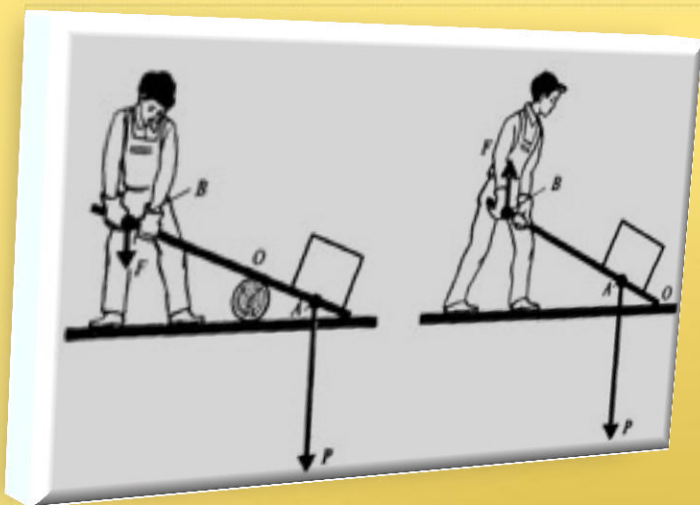
1. Рівновага важеля.
2. Лема про паралельне перенесення сили.
3. Зведення ПСДРС до даного центра .
4. Властивості головного вектора .
5. Теорема Вариньона .
6. Випадки зведення ПСДРС .
7. Аналітичні умови рівноваги ПСДРС, рівновага плоскої системи паралельних сил .
8. Балочні системи .
9. Класифікація навантажень .

Умова рівноваги важеля

Ще давні єгиптяни використали важіль і похилу, щоб підняти важкі кам'яні блоки до вершини піраміди.

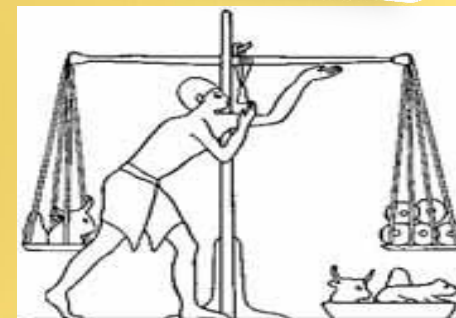
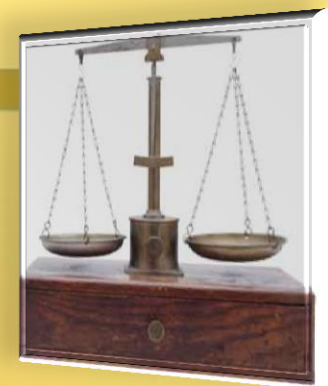


Важіль — це твердий стрижень, що може обертатися навколо нерухомої опори.



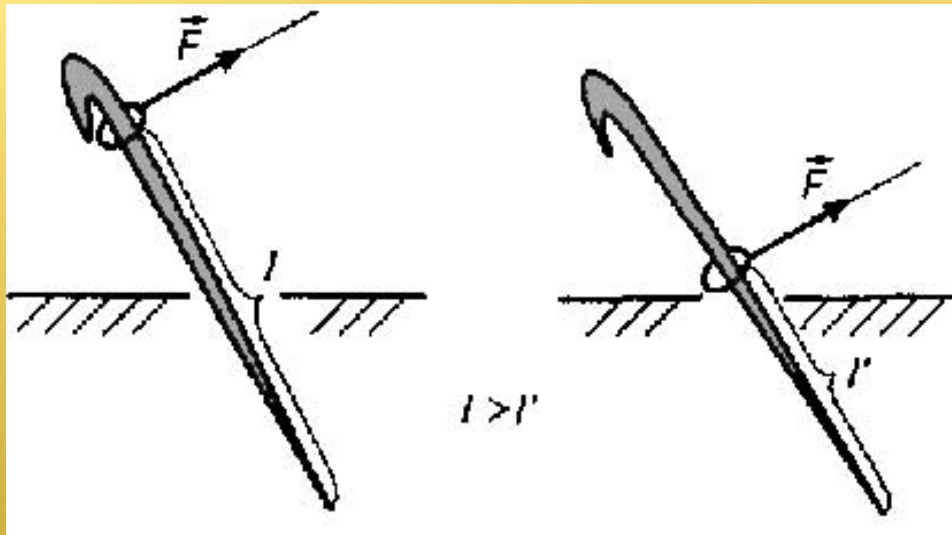
Причому цей стрижень обертається навколо нерухомої точки опори, який називається **віссю обертання**.

Важіль — перший найпростіший механізм, яким людина користувалася протягом десятків тисяч років.



Лінія дії сили — це пряма, що проходить через вектор сили.

Найкоротша відстань від осі важеля до лінії дії сили називається **плечем сили**.

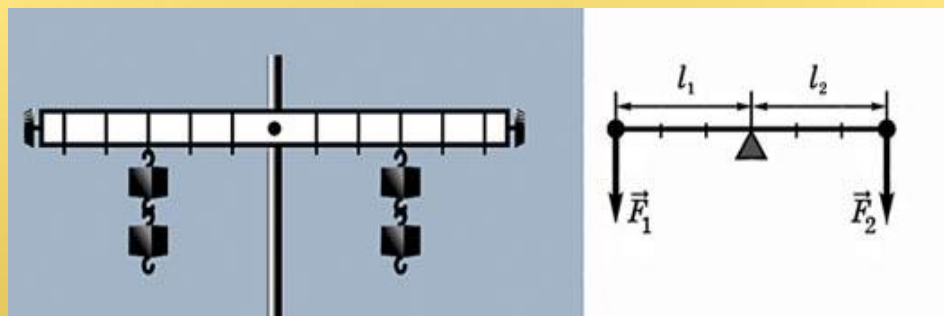


Умови рівноваги важеля дослідним шляхом

З боку вантажів на важіль будуть діяти сили \vec{F}_1 і \vec{F}_2 ,

що дорівнюють вагам цих вантажів. Позначимо l_1 і l_2 – плечі сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 ,

Поставивши кілька дослідів, ми виявимо, що важіль перебуває в рівновазі під дією двох сил, якщо:



1) прикладені до важеля сили намагаються обернути його в протилежних напрямках;

2) модулі прикладених до важеля сил обернено пропорційні плечам цих сил:

$$\begin{aligned} F_1 \cdot l_1 &= F_2 \cdot l_2 \\ F_1 \cdot L_1 &= M_1 \\ F_2 \cdot L_2 &= M_2 \end{aligned}$$

Умови рівноваги важеля дослідним шляхом

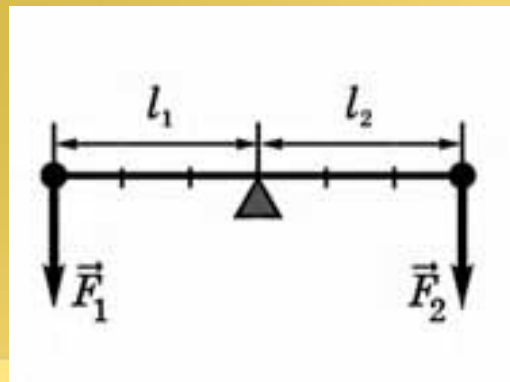
Доведемо, що важіль перебуває в рівновазі, якщо момент сили, що обертає його за годинниковою стрілкою, дорівнює моменту сили, що обертає його проти годинникової стрілки, тобто, перетворимо вираз

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \qquad M_1 = M_2$$

так, щоб у кожній частині рівності стояли величини, що характеризують тільки одну силу, її модуль і плече, тоді одержимо $F_1 l_1 = F_2 l_2$.


$F_1 l_1 = M_1$ — момент сили, що намагається повернути важіль проти годинникової стрілки

$F_2 l_2 = M_2$ — момент сили, що намагається повернути важіль за годинниковою стрілкою.





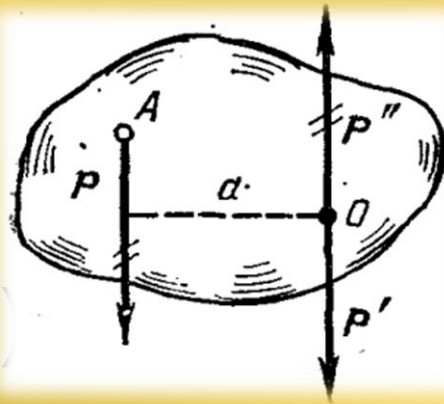
Важіль перебуває в рівновазі, якщо сума моментів сил, що обертають важіль в одному напрямку, дорівнює сумі моментів сил, що обертають його в протилежному напрямку.



Якщо одержуємо виграв у силі – обов'язково програємо в переміщенні. Можна одержати виграв не тільки в силі, але й у переміщенні, прикладаючи силу до більш короткого плеча важеля. Правда, виграв у переміщенні неодмінно супроводжується програшем у силі.

Лема про паралельне перенесення сили

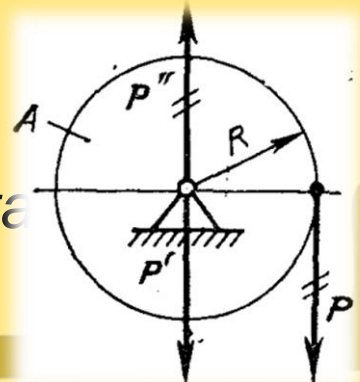
Механічний стан твердого тіла не порушується, якщо дану силу перенести паралельно самій собі в довільну точку тіла, додавши при цьому пару, момент якої дорівнює моменту даної сили відносно нової точки прикладання.



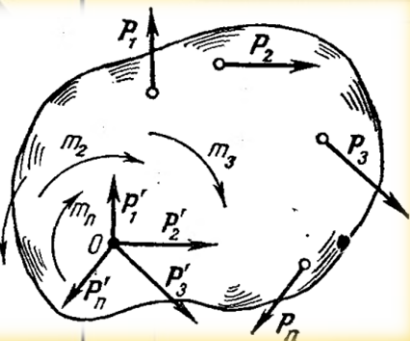
$$P = P' = P$$

$$M = (P \cdot a) = P \cdot a = M_o(P)$$

Приклад: рух колеса A, радіус якого R, що обертається на осі у підшипнику



Зведення ПСДРС до центра



Теорема: Плоска система довільно розміщених сил у загальному випадку еквівалентна одній силі, прикладеній у центрі зведення і одній парі.

$$P_1 = P'_1, \quad P_2 = P'_2,$$

$$P_3 = P'_3, \quad \dots, \quad P_n = P'_n;$$

$$m_1 = M_0(P_1), \quad m_2 = M_0(P_2),$$

$$m_3 = M_0(P_3), \quad \dots, \quad m_n = M_0(P_n).$$

Головний вектор і головний момент системи

- Плоска система пар еквівалентна одній парі, момент якої дорівнює алгебраїчній сумі моментів даних пар:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = R,$$

$$R = \Sigma P_i.$$

- Головний момент ПСДРС дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх сил системи відносно центра зведення.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2},$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n = M_0(P_1) + M_0(P_2) + M_0(P_3) + \dots + M_0(P_n),$$

$$M = \Sigma M_0(P_i).$$

Властивості головного вектора головного моменту. Теорема Вариньона

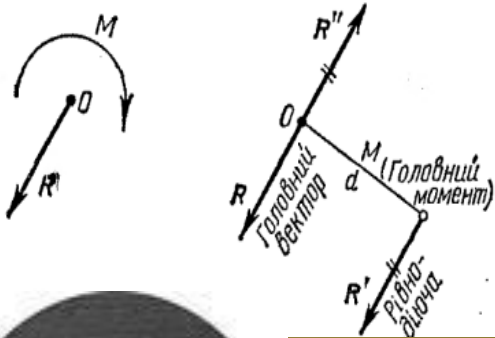
- 1 – Модуль і напрям головного вектора не залежить від вибору центру зведення .
- 2 – Величина і знак головного моменту залежить від центра зведення.
- 3 – Головний вектор і рівнодіюча системи сил векторно дорівнюють , але не еквівалентні
- 4 – Головний вектор і рівнодіюча еквівалентні , коли головний момент

$$R' = R'' = R, \quad M = m(R', R'')$$

$$d = M/R.$$

$$(R, M) \equiv (R, R', R'') \equiv R'$$

$$R' = R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2},$$



П'єр
Вариньон

(1654 – 1722)

- Момент рівнодіючої сили відносно будь-якої точки , що лежать у площині дії сил, дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових сил відносно тієї самої точки .

$$M = \Sigma M_0 (P_i)$$

Випадки зведення ПСДРС :

- $R \neq 0 \quad M \neq 0$ – система еквівалентна рівнодіючій , яка за модулем = головному вектору , параллельна йому, має такий самий напрям, але іншу лінію дії .
- $R \neq 0 \quad M = 0$ – система сил еквівалентна рівнодіючій , лінія дії якої проходить через центр зведення і збігається з головним вектором .
- $R = 0 \quad M \neq 0$ – система еквівалентна парі .
- $R = 0 \quad M = 0$ – система сил еквівалентна нулю(перебуває у рівновазі)

Аналітичні умови рівноваги ПСДРС, рівновага плоскої системи паралельних сил

$$R = \sum P_i \quad R = 0 \text{ – силовий}$$

багатокутник замкнений $\Sigma X = 0, \quad \Sigma Y = 0.$

$$R = 0 \quad M = 0$$

- якщо головний момент $M = \sum M_o(P_i)$ і $M = 0$ – алгебраїчна сума моментів сил даної системи відносно центра зведення = 0

Для рівноваги ПСДРС необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проєкцій усіх сил на осі координат x і $y =$ нулю і щоб алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно будь-якої точки площини = 0

$$\Sigma X = 0, \quad \Sigma Y = 0, \quad \Sigma M = 0$$

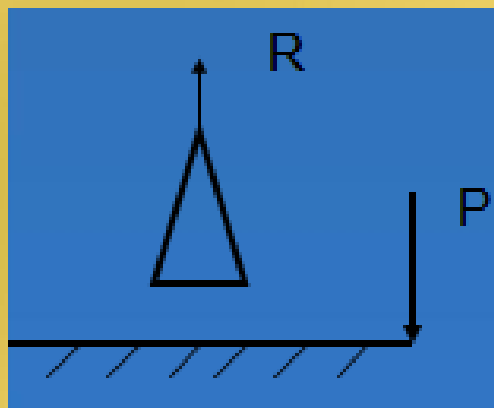
Для рівноваги плоскої системи n сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів усіх сил = 0 і щоб алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно будь-якої точки площини = 0

$$\Sigma P_i = 0, \quad \Sigma M = 0$$

Балочні системи

За будовою опори балок можна поділити на три основних типи:

1 – **ШАРНІРНО-РУХОМА ОПОРА** – ПОВОРОТ НАВКОЛО ОСІ ШАРНІРА, ЛІНІЙНЕ ПЕРЕМІЩЕННЯ // ПЛОЩИНІ (ОДНЕ НЕВІДОМЕ R)



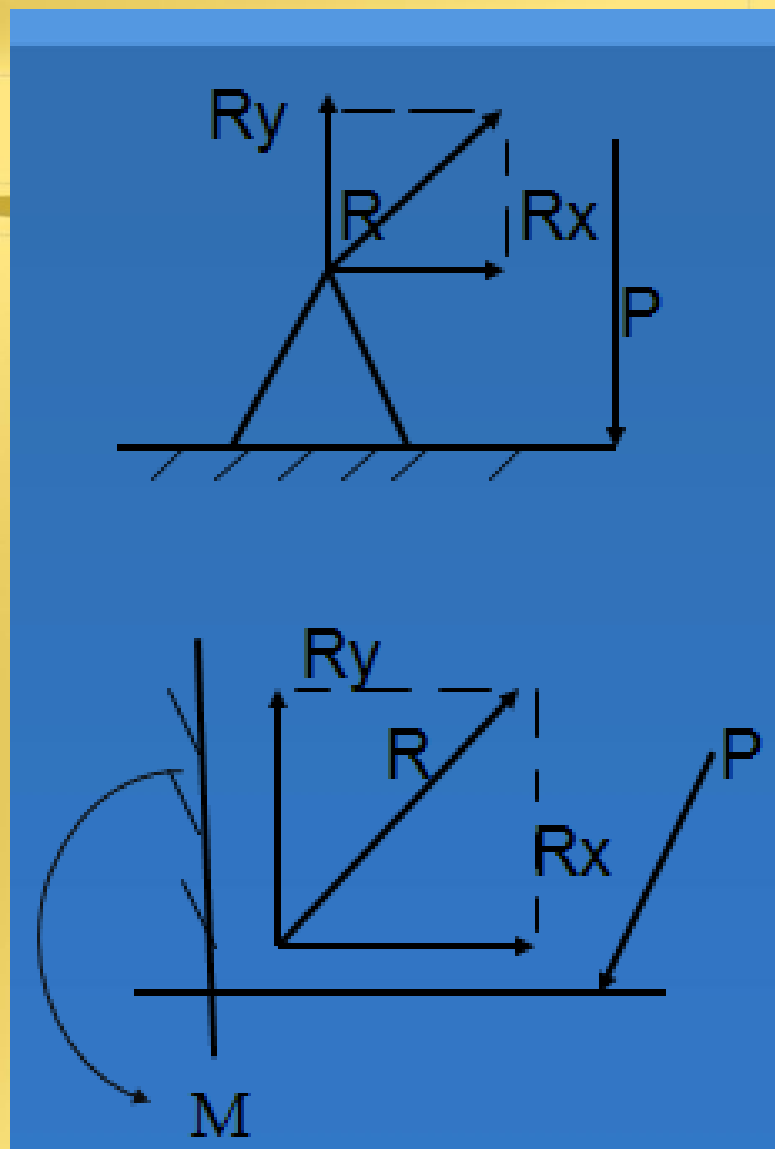
2 – ШАРНІРНО-НЕРУХОМА ОПОРА

ПОВОРОТ ТІЛЬКИ НАВКОЛО ОСІ
ШАРНІРА, НЕ ДОПУСКАЄ ЛІНІЙНИХ
ПЕРЕМІЩЕНЬ.

(ДВІ НЕВІДОМИХ R_x , R_y)

3 – ЖОРСТКЕ КРІПЛЕННЯ

НЕ ДОПУСКАЄ НІ ЛІНІЙНИХ
ПОВОРОТІВ, НІ ПОВОРОТІВ
ЗАКРІПЛЕНОГО КІНЦЯ БАЛКИ
(ТРИ НЕВІДОМИХ R_x , R_y , M)

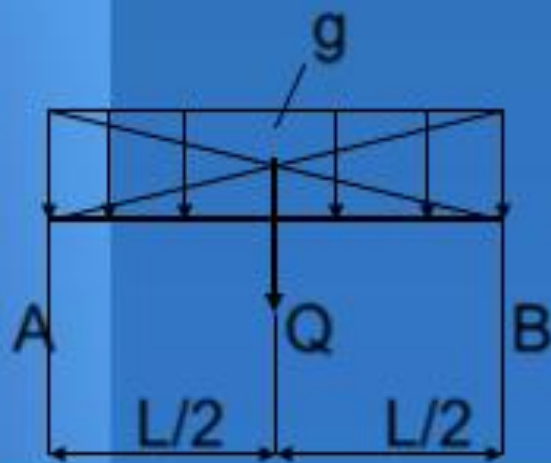


КЛАСИФІКАЦІЯ НАВАНТАЖЕНЬ

Зовнішні прикладені сили – активні сили (P)

Реакції опор – реактивні сили (R)

Дія зовнішньої сили на довжину балки – сили рівномірно-розподіленого навантаження (Q)



g – інтенсивність навантаження $\frac{H}{M}$

L – довжина, м

$$Q = g \cdot L \quad (H) \text{ – прикладена посередині } AB$$

тертя



МЕТА : ознайомитись з поняттям “ тертя ” , його значення та застосування в майбутній спеціальності . Навчитись застосовувати набуті знання при рішенні задач

ПЛАН

1. Види тертя
2. Закони тертя
3. Кут та конус тертя
4. Тертя кочення



• **ТЕРТЯ** – це явище опору відносному переміщенню, що виникає між двома тілами в ділянках доторкання поверхонь по дотичній до них

• На явищі тертя ґрунтується робота пасових передач гальмових пристроїв, похилих транспортерів, фрикційних муфт, робота портних машин.



• **ТЕРТЯ** – корисне.

Тертя

```
graph TD; A[Тертя] --> B[Тертя спокою]; A --> C[Тертя руху]; C --> D[Тертя кочення з проковзуванням]; C --> E[Тертя ковзання]; C --> F[Тертя кочення];
```

Тертя спокою

Тертя руху

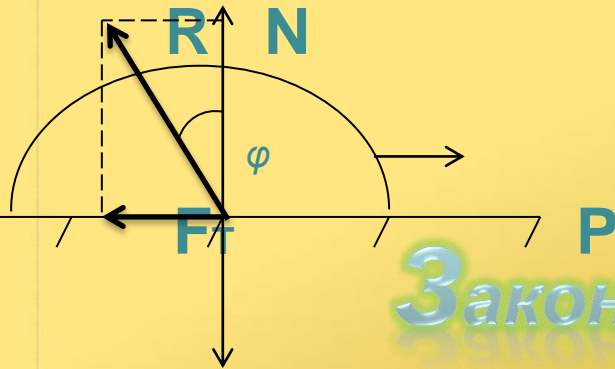
Тертя кочення з проковзуванням

Тертя ковзання

Тертя кочення

- **ТЕРТЯ СПОКОЮ** – *тертя двох тіл внаслідок попереднього зміщення, тобто внаслідок малого відносного переміщення тіл до переходу від стану спокою до ковзання*
- **ТЕРТЯ РУХУ** – *тертя двох тіл, які перебувають у відносному русі*

Тертя ковзання – це тертя руху, за якого швидкості дотичних тіл у точках дотику різні



G - сила тяжіння

N - сила нормальної реакції

P - рушійна сила

F_т - сила тертя

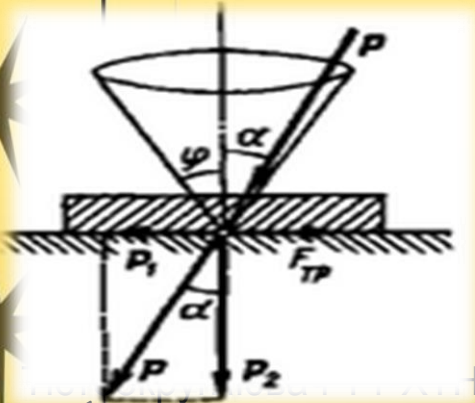
**Закони тертя
ковзання**

(Закони Амонтона – Кулона)

- **Сила тертя не залежить від величини площі тертьових поверхонь**
- **Максимальна сила тертя прямопропорційна нормальній складовій зовнішніх сил, що діють на поверхні тіла.**
- **Сила тертя залежить від матеріальних тіл, стану тертьових поверхонь і виду мастила**

Кут та конус тертя

Відношення сили тертя F_T до нормальної складової N зовнішніх сил, що діють на поверхні тіла, називають коефіцієнтом тертя ковзання, позначають f



$$f = \frac{F_T}{N} \text{ або } F_T = f \cdot N$$



$f = \operatorname{tg} \varphi$ (коефіцієнт тертя ковзання дорівнює тангенсу кута тертя)

СИЛА ТЕРТЯ дорівнює коефіцієнту тертя ковзання, помноженому на силу нормального тиску або реакції. якщо f -однаковий для всіх напрямків руху, то утворюється **КРУГОВИЙ КОНУС АБО КОНУС ТЕРТЯ**

- За III законом Кулона – коефіцієнт тертя ковзання залежить від матеріалу тертьових тіл, якості обробки поверхонь, виду і температури матила.

ТЕРТЯ ПОДІЛЯЮТЬ НА ТРИ ВИДИ

- **тертя без мастила;**
- **граничне тертя;**
- **рідинне тертя;**

Орієнтовні значення коефіцієнтів f тертя ковзання (для стану спокою)

Метал по металу насухо 0,15-0,3

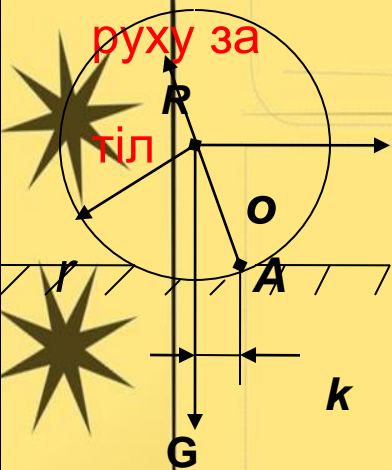
Метал по металу з мастилом 0,1-0,18

Дерево по дереву насухо 0,4-0,6

Шкіра по чавуну насухо 0,3-0,5

Сталь по льоду 0,02

Тертя кочення



G-сила тиску

тертя кочення – тертя

P-діюча сила

якого швидкості дотичних

R **R-реакція опорної
площини**
k -плече
r -радіус

**у точках дотику однакові за
величиною та напрямом**

Якщо рух двох дотичних тіл відбувається при умові одночасного кочення і ковзання, то виникає **тертя кочення з проковзуванням**

Максимальне значення плеча **k** називається **коефіцієнтом тертя кочення k** - см, мм

Орієнтовні значення коефіцієнтів k тертя кочення для котка по площині (см)

М'яка сталь по м'якій сталі

0,005

Чавун по чавуну

0,005

Дерево по сталі

0,03-0,04

Дерево по дереву

0,05-0,08

Гумова шина по шосе

0,24

ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕРТЯ В ХОЛОДИЛЬНІЙ ГАЛУЗІ





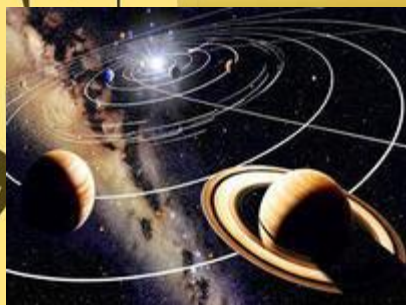
Просторова система сил

Мета: Розвинути просторову уяву студентів.

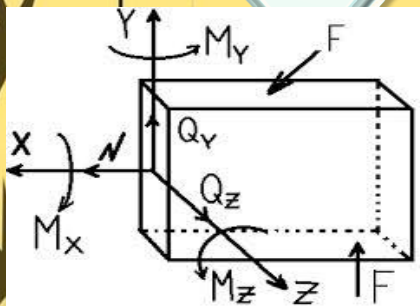
Закріпити здобуті знання

план

1. Просторова система збіжних сил
2. Паралелепіпед Сил
3. Аналітичний спосіб визначення рівнодіючої просторової системи збіжних сил
4. Аналітичні умови рівноваги просторової системи збіжних сил
5. Момент сили відносно осі
6. Рівновага просторової системи довільно розмішених сил



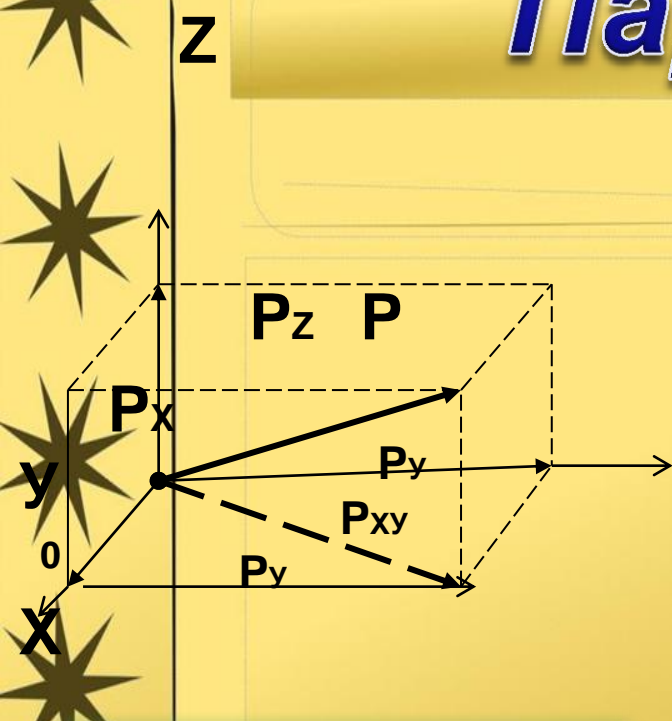
- Систему сил , лінії дій яких лежать у різних площинах , називають **просторовою системою сил**.



- Просторову систему сил називають **збіжною** , якщо лінії дії сил системи перетинаються в одній точці.

- $R = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$ $R = \sum P_n$

Паралелепіпед сил



$$P = P_x + P_y + P_z$$

P_x, P_y, P_z – ребра паралелепіпеда

P – діагональ

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

$$\cos(P, x) = \frac{P_x}{P}; \cos(P, y) = \frac{P_y}{P}$$

$$\cos(P, z) = \frac{P_z}{P}$$

Рівнодіюча трьох взаємно перпендикулярних сил за модулем і напрямом виражається **діагоналлю** паралелепіпеда, побудованого на цих силах

визначення рівнодіючої просторової системи збіжних сил

$$R_x = P_{1x} + P_{2x} + P_{3x} + \dots + P_{nx} = \Sigma X \quad R_x = \Sigma X$$

$$R_y = P_{1y} + P_{2y} + P_{3y} + \dots + P_{ny} = \Sigma Y \quad R_y = \Sigma Y$$

$$R_z = P_{1z} + P_{2z} + P_{3z} + \dots + P_{nz} = \Sigma Z \quad R_z = \Sigma Z$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\cos(P, x) \frac{P_x}{P}; \cos(P, y) \frac{P_y}{P}; \cos(P, z) \frac{P_z}{P};$$

просторової системи збіжних

СИЛ

ЯКЩО ПРОСТОРОВА СИСТЕМА ЗБІЖНИХ СИЛ ЗНАХОДИТЬСЯ У РІВНОВАЗІ, ТОБТО ЕКВІВАЛЕНТНА НУЛЮ, ТО РІВНОДІЮЧА ЦІЄЇ СИСТЕМИ ДОРІВНЮЄ НУЛЮ, ТОБТО ЇЇ ПРОЕКЦІЇ ДОРІВНЮЮТЬ НУЛЮ

$$(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n) = 0$$

$$R = 0 \quad \left| \begin{array}{l} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ R_z = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{ОТЖЕ, } \Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma Z = 0$$

Для рівноваги просторової системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума проєкцій усіх сил на кожну з трьох координатних осей дорівнювала нулю

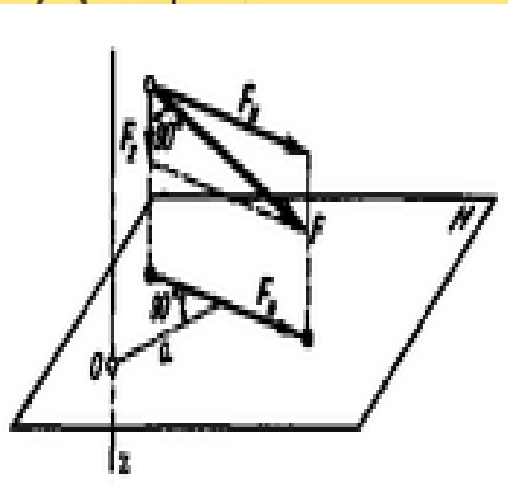
Момент сили відносно

осі

Проекція сили на площину є величина векторна.

Моментом сили відносно осі називають величину, яка дорівнює моменту проекції цієї сили на площину, перпендикулярну до осі, відносно точки перетину осі з площиною.

$$M_z (P) = P_n \cdot a$$



Випадки, коли момент сили відносно осі = 0

- 1) якщо вектор сили // осі
- 2) якщо лінія дії сили перетинає вісь (тоді плече=0)

Теорема Вариньона

Момент рівнодіючої відносно осі = алгебраїчній сумі моментів складових сил відносно тієї самої осі

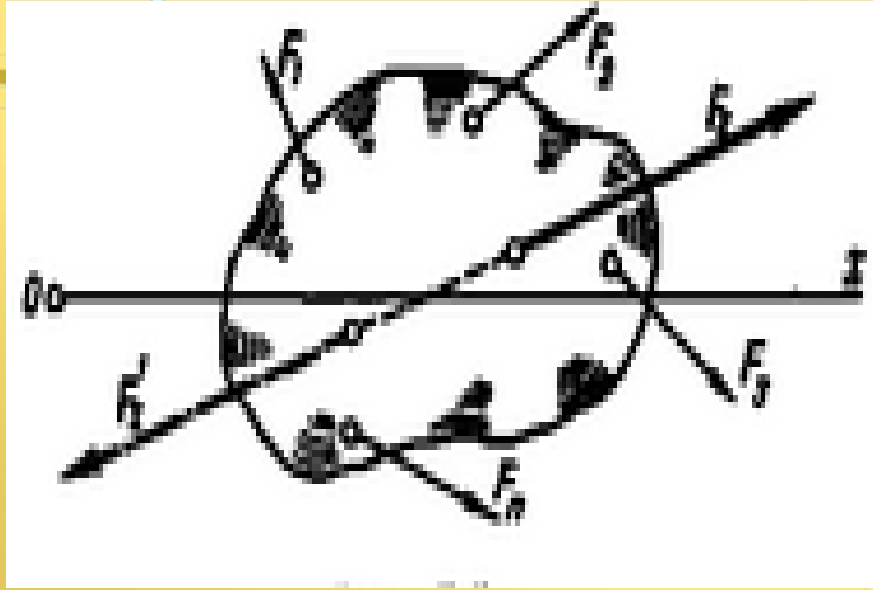
$$\Sigma M_x (P_n) = M_x (R)$$

Рівновага просторової системи довільно розміщених сил.

$$\Sigma X=0 \quad \Sigma M_x (P_n)=0$$

$$\Sigma Y=0 \quad \Sigma M_y (P_n)=0$$

$$\Sigma Z=0 \quad \Sigma M_z (P_n)=0$$



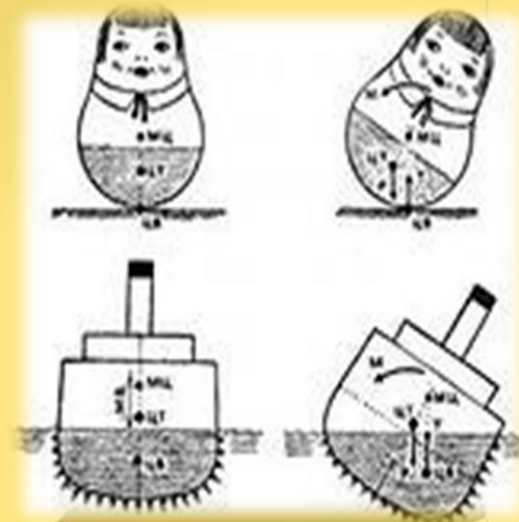
- Для рівноваги просторової системи довільно розміщених сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума проєкцій усіх сил на кожному з трьох осей координат дорівнювала нулю і щоб алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно кожної з цих осей також дорівнювала нулю.

Центр ваги

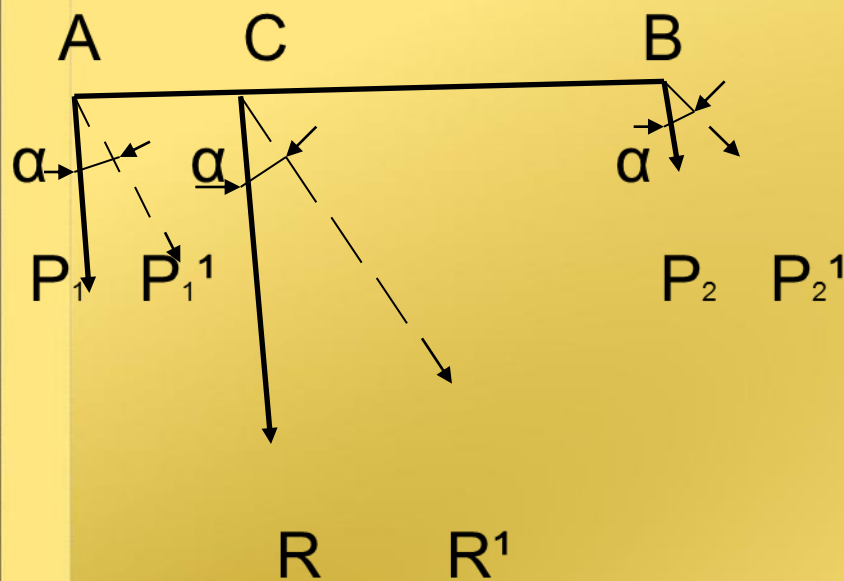
Мета: Повторити поняття центра ваги з фізики і математики. Закріпити методи знаходження центра ваги.

План

1. Центр паралельних сил.
2. Методи знаходження центра ваги.
3. Теорема Гюльдена.
4. Статичний момент площі.
5. Стійкість рівноваги.



Центром паралельних сил називається така точка на лінії рівнодіючої системи // сил, через яку проходить рівнодіюча навіть тоді, коли всі сили системи повернути навколо точок їх прикладання на такий самий кут, зберігаючи паралельність сил.



$$R = P_1 + P_2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{BC}{AC}$$

Сила тяжіння – це сила, з якою тіло притягується до Землі.

Центр ваги – центр паралельних сил тяжіння всіх елементарних частинок тіла. (Це геометрична точка, що лежить на площині тіла, або за її межами – кільце, циліндр з отвором.)

Координати центра ваги тіла виражені через :

$$\text{-об'єм (} v \text{): } X_c = \frac{\sum V_n \cdot X_n}{\sum V_n}$$

$$\text{-довжину ліній (} L \text{): } X_c = \frac{\sum L_n \cdot X_n}{\sum L_n}$$

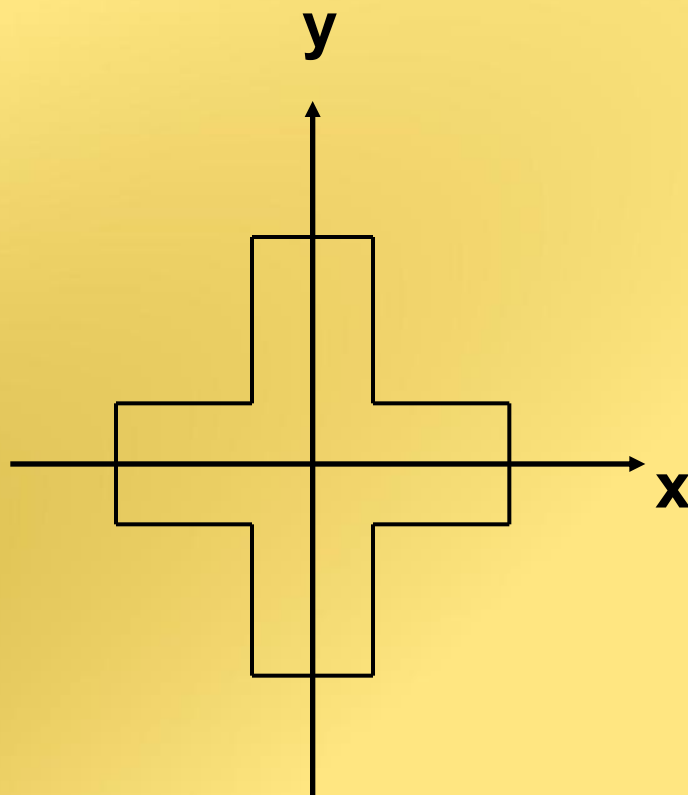
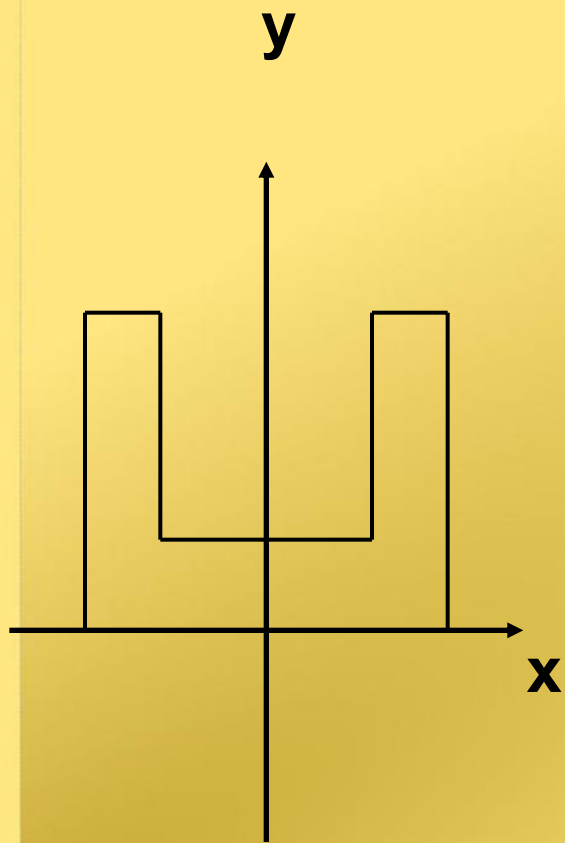
$$\text{-площу (} A \text{): } X_c = \frac{\sum A_n \cdot X_n}{\sum A_n}$$

$$\text{-силу тяжіння (} G \text{): } X_c = \frac{\sum G_n \cdot X_n}{\sum G_n}$$



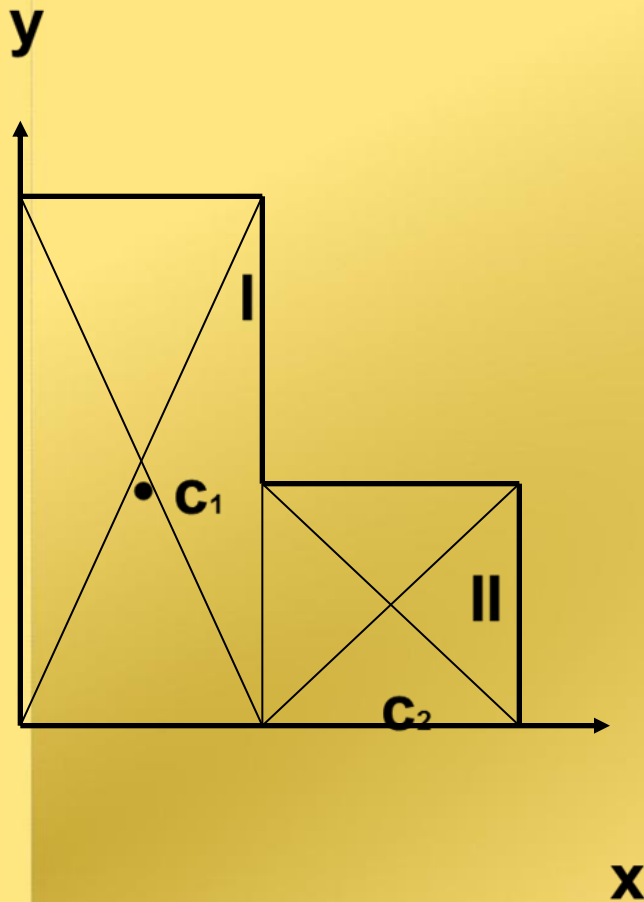
Методи знаходження центра ваги.

1. Метод симетрії.



2. Метод розбиття – полягає в тому, що

тіло розбивають на найменшу кількість частин, центр ваги яких відомі і застосовують відомі формули.

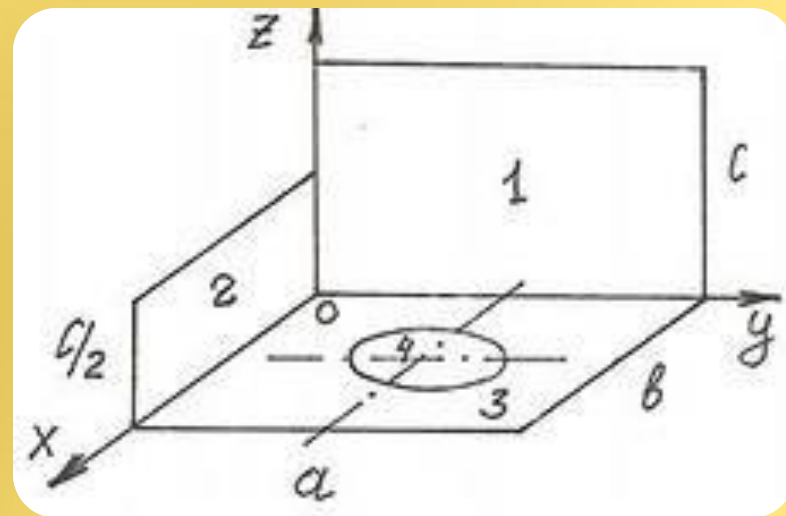
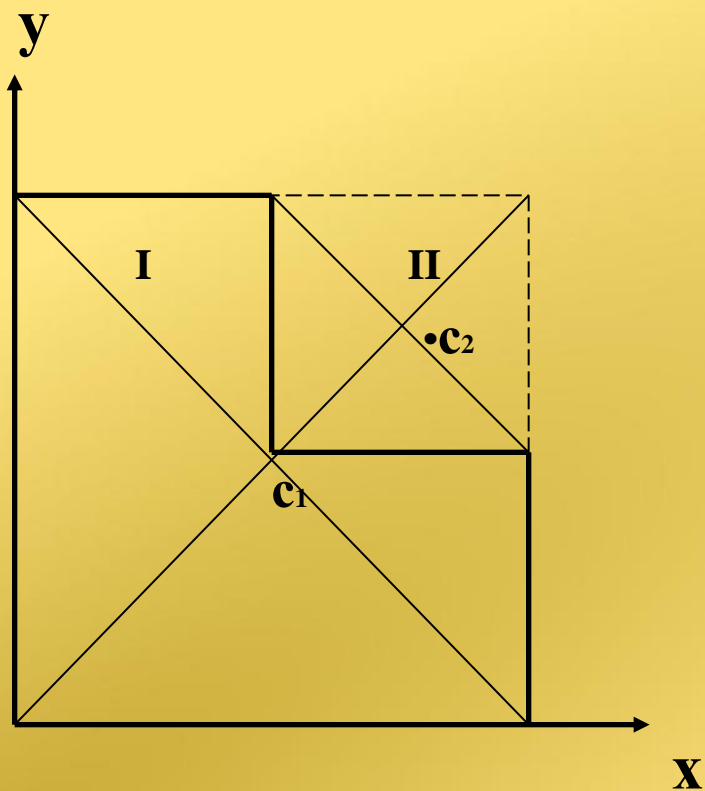


$$x_c = \frac{\sum A_n \cdot x_n}{\sum A_n}$$

$$y_c = \frac{\sum A_n \cdot y_n}{\sum A_n}$$

3. Метод від'ємних мас — полягає в тому,

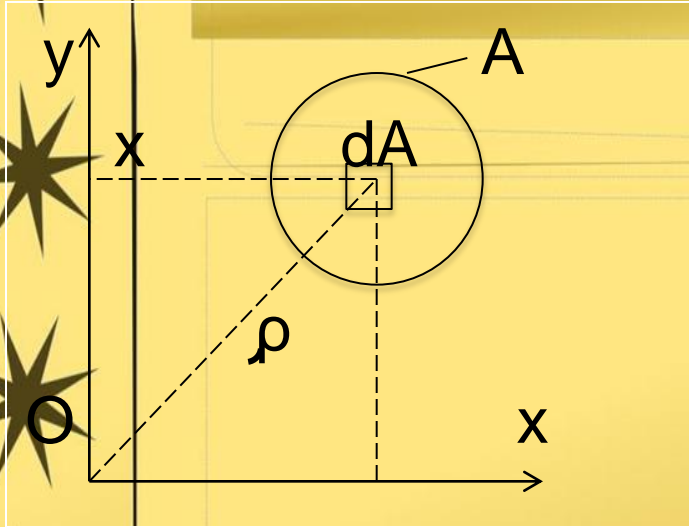
що тіло, яке має вільні порожнини, вважають суцільними, але з загальної суми їх віднімають у формулах.



Теорема Гюльдена

- 1. Якщо однорідне тіло має вісь симетрії, то його центр ваги тіла лежить на цій осі.*
- 2. Якщо однорідне тіло має дві осі симетрії, то його центр ваги лежить у точці їх перетину.*
- 3. Центр ваги однорідного тіла обертання лежить на осі обертання*

Статичний момент площі



S-статичний момент площі

A-площа фігури

(S_x, S_y)-статичні моменти площ
відносно осей X, Y

$$S_x = y_c \cdot A$$
$$S_y = x_c \cdot A$$

Статичний момент площі фігури відносно осі, що лежить у тій самій площині, дорівнює добутку площі фігури на відстань її центра ваги від цієї осі.

Статичним моментом площі плоскої фігури відносно осі, що лежить у тій самій площині, називається взята по всій площі сума добутків площ елементарних площадок на відстані їх від цієї осі

◎ Одиниця статичного моменту площі

$$[S] = [X_c] \cdot [A] = M \cdot M^2$$

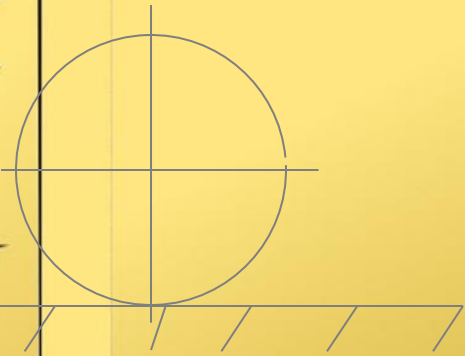
◎ Статичний момент площі фігури може бути величиною додатньою, від'ємною і дорівнювати нулю

◎ Для визначення статичного моменту площі складної фігури застосовується метод розбиття, тобто визначення статичного моменту всієї фігури, як алгебраїчної суми статичних моментів окремих її частин

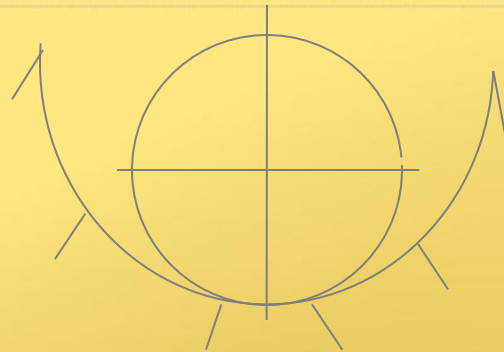
$$S = \sum S_i$$

S_i – статичний момент площі кожної частини фігури

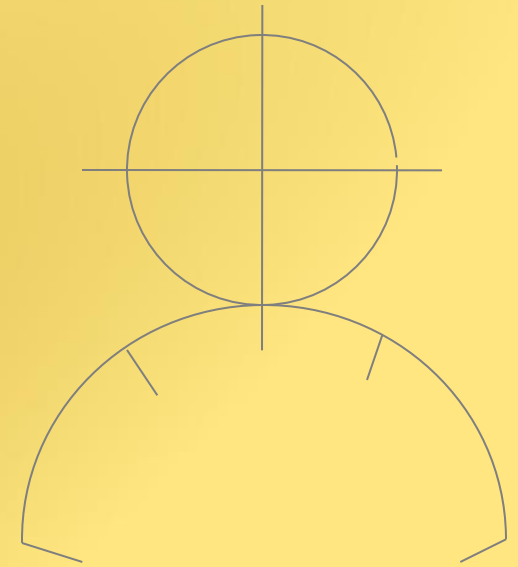
Види рівноваги



байдужа



стійка



нестійка

Тема: "Основні поняття кінематики"

Мета: Засвоїти основні поняття кінематики .

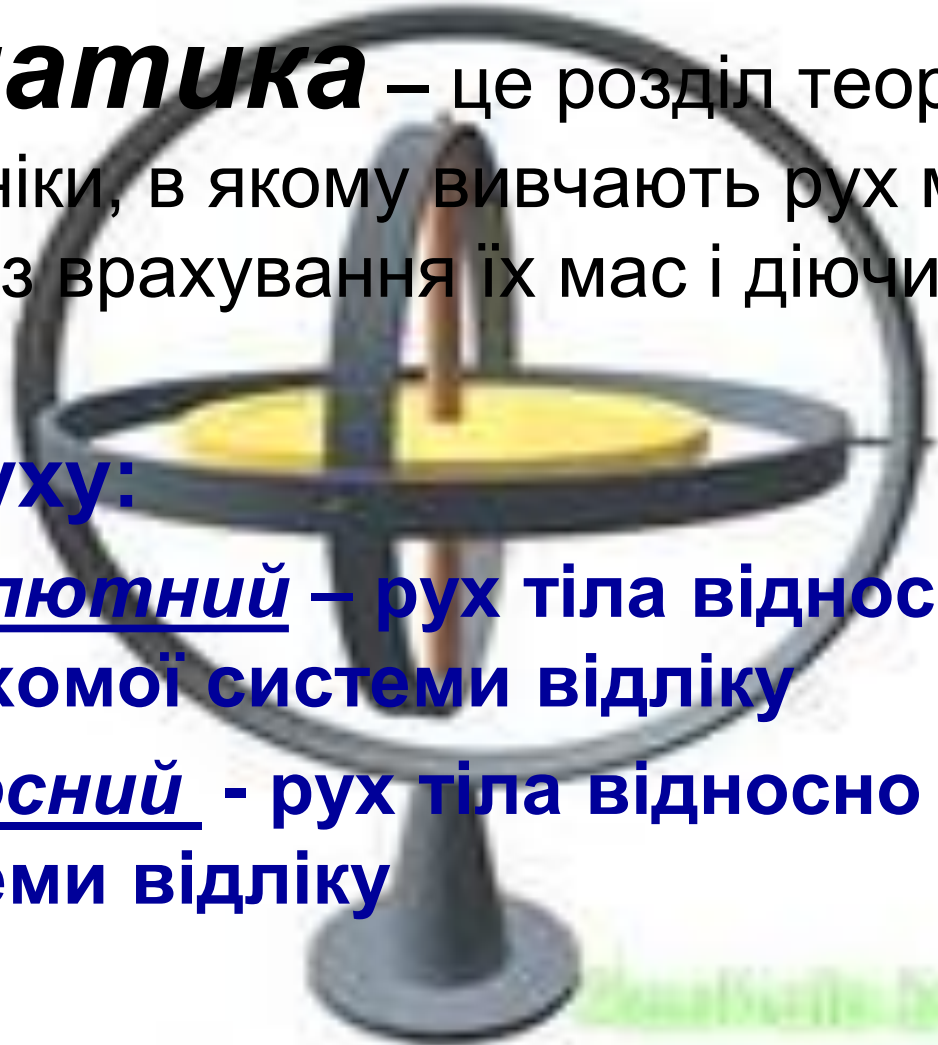
План

1. Предмет кінематики
2. Основні поняття кінематики

Кінематика – це розділ теоретичної механіки, в якому вивчають рух матеріальних тіл без врахування їх мас і діючих сил.

Види руху:

1. абсолютний – рух тіла відносно умовно нерухомої системи відліку
2. відносний - рух тіла відносно рухомої системи відліку



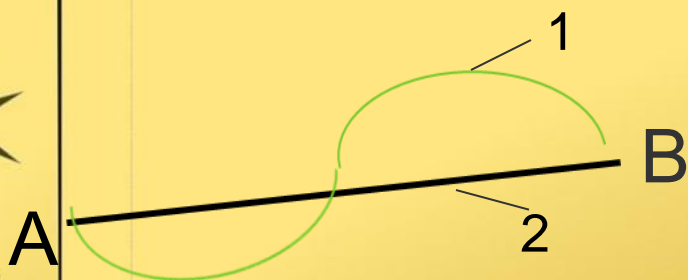
Основні поняття кінематики:

- час t (с) - швидкість V ($\frac{м}{с}$)
- шлях s (м) - прискорення a ($\frac{м}{с^2}$)

Спокій - поняття відносне, все в світі рухається.



1 – траєкторія
2 – переміщення



Траєкторія точки тіла – це множина (геометричне місце) положень рухомої точки в системі відліку

Переміщення точки тіла – це найкоротша відстань між двома точками

простір

час

рух



Суть форми існування матерії



Кінематика точки

Мета: Ознайомитись з основними способами руху точки , швидкості та прискорення точки.

План

1. Види рухів.
2. Способи задання руху точки.
3. Швидкість точки
4. Прискорення точки.
5. Види руху точки залежно від прискорення.

Траєкторія точки – множина положень



рухомої точки в системі



Види руху точки залежать від форми траєкторії:

- **Прямолінійний**
- **Криволінійний**

Способи задання руху точки:

Звичайний - полягає в тому, що рух точки задають її траєкторією і рівнянням руху по цій траєкторії (Законом руху)

$S = f(t)$ S - відстань точки від початкового положення, що є функцією часу.
 t - час руху точки від початкового моменту.

Шлях, пройдений точкою, збігається з відстанню від початку відліку тільки тоді, коли точка весь час рухається в одному напрямі і початок її руху збігається з початком відліку.

Координатний – полягає в тому, що рух точки задають рухом її проєкцій вздовж осей координат.

$$x = f(t)$$

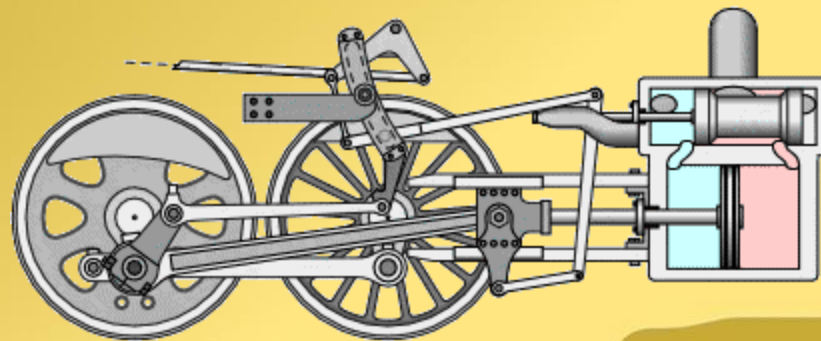
$$y = f(t)$$

Швидкість точки

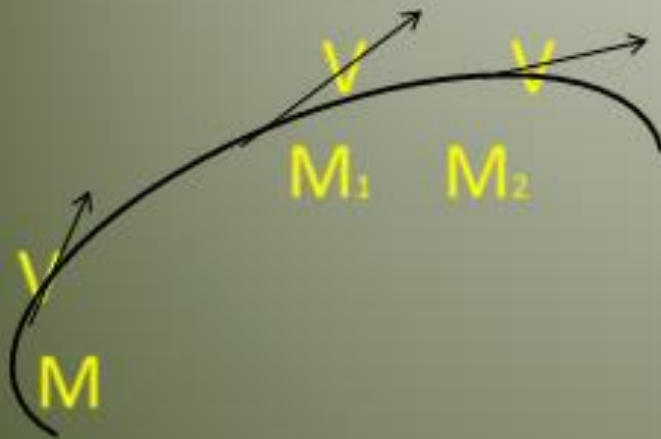
Швидкість – це кінематична міра руху точки, що характеризує бистроту зміни її положення.

$V = \frac{s}{t}, \frac{m}{c}$; - відношення шляху до одиниці часу.

Швидкість – величина векторна.



Для криволінійного руху швидкість точки за напрямом змінюється.



Швидкість у кожний момент часу напрямлена по дотичній до траєкторії в напрямі руху.

Якщо за невеликий проміжок часу Δt точка проходить шлях ΔS , то її середня швидкість

$$V_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t} ; V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$$V = \frac{ds}{dt}$$

- дійсна швидкість для будь-якого руху точки = першій похідній координати шляху за часом.

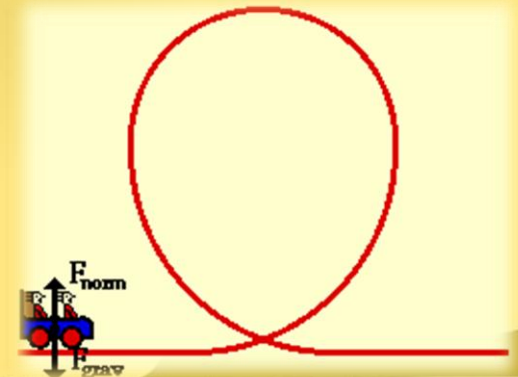
Рух, при якому швидкість з часом зростає – прискорений

Рух, при якому швидкість з часом зменшується – сповільнений.

$$X = f(t) \quad Y = f_1(t)$$

$V_x = \frac{dx}{dt}$; $V_y = \frac{dy}{dt}$ - Проекція швидкості на координатну вісь = першій похідній відповідної координати за часом.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad \cos(\alpha, X) = \frac{V_x}{V}$$



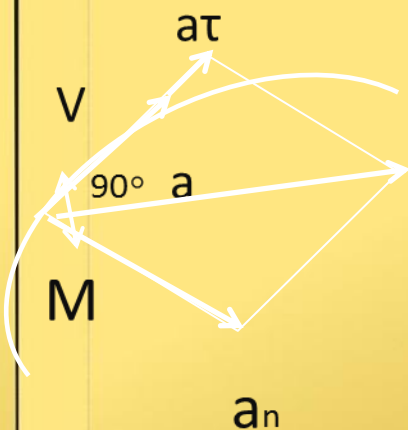
Прискорення точки

Прискорення – це кінематична міра зміни вектора швидкості точки, величина векторна.

$a = \frac{v}{t}, \frac{m}{c^2}$ - відношення швидкості до одиниці часу.

$$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t} ; a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2v}{dt^2}$ - дійсне прискорення в прямолінійному русі = першій похідній швидкості за часом або другій похідній координати шляху за часом.



a_n - нормальне доцентрове прискорення

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad R - \text{радіус кривизни.}$$

a_n - зміна швидкості за напрямом

a_t - дотичне (тангенціальне) прискорення

$$a_t = \frac{dv}{dt} - \text{характеризує зміну швидкості за часом}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$\cos(a_t, a) = \frac{a_t}{a}$$

Проекція прискорення на координатну вісь =
другій похідній відповідної координати за
часом

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} ; \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} ; \quad \cos(a, x) = \frac{a_x}{a}$$

Види руху точки залежно від ПРИСКОРЕННЯ

1) $a_t = \frac{dv}{dt} \neq 0$, $a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$, рух нерівномірний ($v \neq \text{const}$)
криволінійний ($\rho \neq \infty$);

2) $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$, $a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$, рух рівномірний ($v = \text{const}$)
криволінійний ($\rho \neq \infty$);

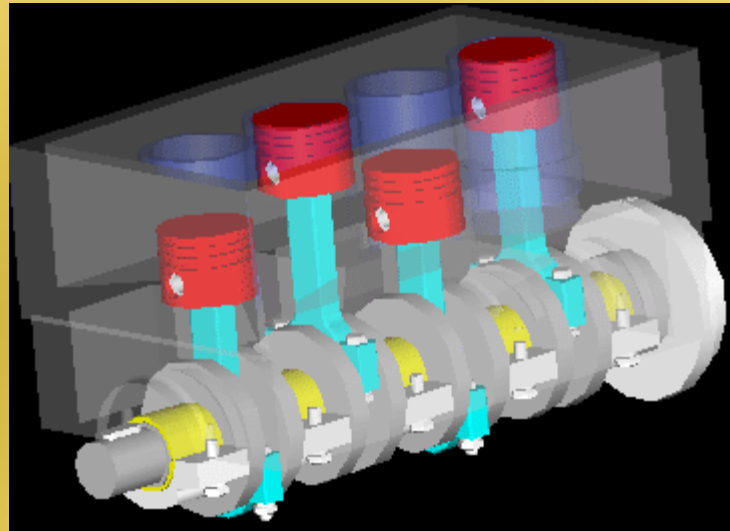
3) $a_t = \frac{dv}{dt} \neq 0$, $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$, рух нерівномірний ($v \neq \text{const}$)
прямолінійний ($\rho = \infty$);

4) $a_t = \frac{dv}{dt} = \text{const} \neq 0$, рух рівномірний (криволінійний, коли $a_n \neq 0$,
прямолінійний, коли $a_n = 0$)

5) $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$, $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$, рух рівномірний прямолінійний – *єдиний*
вид руху без прискорення.

НАЙПРОСТІШІ РУХИ ТВЕРДОГО ТІЛА

МЕТА: Дослідити основні види найпростіших рухів твердого тіла . Пов'язати набуті знання з знаннями з спеціальності , в побуті .



НАЙПРОСТІШІ РУХИ ТВЕРДОГО

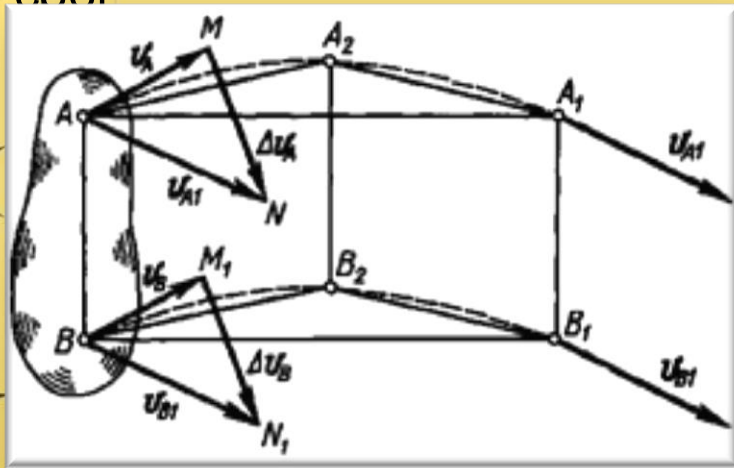
ПЛАН



- 1.** Поступальний рух твердого тіла .
- 2.** Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі , закон руху .
- 3.** Кутова швидкість та кутове прискорення .
- 4.** Види обертального руху .
- 5.** Формули кінематики для поступального і обертального рухів .
- 6.** Способи передачі обертального руху .

ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

ПОСТУПАЛЬНИМ називається рух тіла , під час якого будь яка пряма проведена в тілі залишається паралельною сама собі



ПРИКЛАД: рух столу поздовжньо-стругального верстата , стаціонарного двигуна згорання

ТЕОРЕМА: у поступальному русі усі точки твердого тіла мають однакові траєкторії , швидкості і прискорення

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B$$

таким чином , поступальний рух твердого тіла цілком визначається рухом однієї з його точок , а отже усі форми кінематики точки стосуються тіла , яке рухається поступально .

Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі, закон

Обертальним рухом називають рух, при якому хоча б дві точки твердого тіла чи незмінної системи залишаються нерухомими.



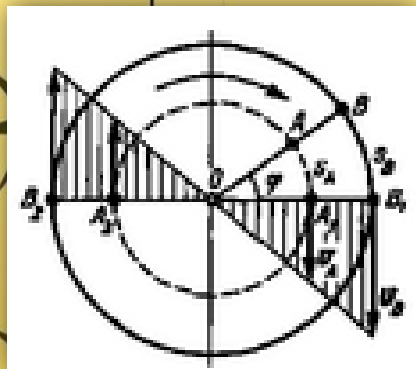
Вісь обертання - це пряма, яка сполучає ці дві

Найбільш поширені явища в техніці – обертальний рух (вали, зубчасті колеса, кривошипи тощо)

φ - кут обертання, кутове переміщення

S_A - шлях точки A

S_B - шлях точки B



Обертального руху тіла його точки, що містяться на різних відстанях від осі обертання, мають неоднакові траєкторії, швидкості і прискорення

1 об - 2π рад

N об - φ рад

N - кількість обертів тіла

звідси $\varphi = 2\pi N$ рад

$\varphi = f(t)$ – закон обертального

руху

Кутова швидкість та кутове

Кутова швидкість **прискорення** кутового обертового тіла, яка характеризує бистроту

Ку **швидкість** дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \text{с}^{-1}$$

В техніці швидкість обертання вимірюють в обертах за хвилину n – частота

обертання

тіла, об/хв

К **корення** ω є міра зміни кутової швидкості обертового тіла

$$\omega \text{ рад} - 1\text{с}$$
$$2\pi n \text{ рад} - 60\text{с}$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}, \text{с}^{-2}$$

К **шк** дорівнює першій похідній кутової швидкості за часом, або другій

похідній

кутового переміщення за часом

Види обертального руху

Рівномірний обертальний рух – якщо тіло обертається навколо

$$a_n = \frac{v^2}{p} = \omega^2 r$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = 0$$

мої осі з сталою кутовою

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_n = \omega^2 r$$

Нерівномірний обертальний рух – якщо кутова швидкість обертового тіла з часом змінюється

$$\varphi = f(t), \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$$a_t = \varepsilon r$$

$$a_n = \omega^2 r$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(\varepsilon r)^2 + (\omega^2 r)^2}$$

$$a = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

Рівнозмінний обертальний рух – якщо тіло обертають навколо нерухомої осі з сталим кутовим

прискоренням

$$\varepsilon = const$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\varphi = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)}{2\varepsilon} \text{ або } \varphi = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) \cdot t$$

Формули кінематики для поступального і обертального рухів.

Кінематична міра руху	Характер руху	Вид руху	
		поступальний	обертальний
Переміщення	Нерівномірний Рівномірний Рівнозмінний	$s = f(t)$ $s = vt$ $s = v_0t + at^2/2$	$\varphi = f(t)$ $\varphi = \omega t$ $\varphi = \omega_0t + \varepsilon t^2/2$
Швидкість	Нерівномірний Рівномірний Рівнозмінний	$v = \frac{ds}{dt}$ $v = \text{const}$ $v = v_0 + at$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\omega = \text{const}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
Прискорення дотичне	Нерівномірний Рівномірний Рівнозмінний	$a_t = \frac{dv}{dt}$ $a_t = 0$ $a_t = \text{const}$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ $\varepsilon = 0$ $\varepsilon = \text{const}$
Прискорення нормальне		$a_n = v^2/\rho$	$a_n = \omega^2 r$

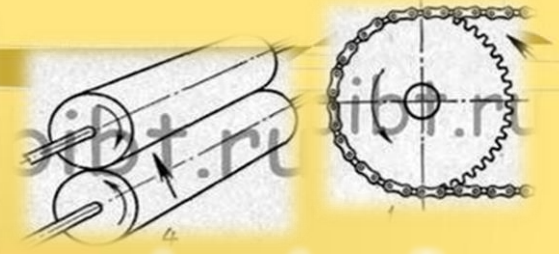
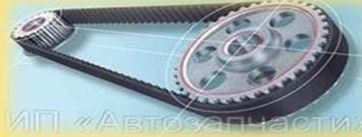
Способи передачі обертального руху

Передачі – механізми, за допомогою яких перетворюють обертальні рухи

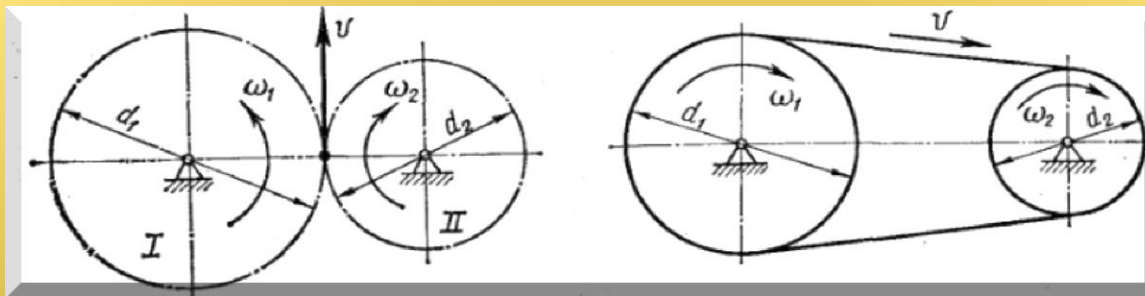
зубчасті передачі

фрикційні передачі

передачі з гнучким зв'язком (пасові, канатні, ланцюгові, стрічкові)



За допомогою механізмів обертальний рух передається від джерела руху (ведучого вала) до приймача руху (веденого вала)



Передачне відношення (число) – це відношення кутової швидкості числа зубів колеса шестерні, діаметрів веденої і ведучої ланки

$i = u$ - передаточне число $u \geq 1$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} \text{ — пасова передача}$$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} \text{ — ланцюгова передача}$$

Складний рух точки



Мета: Ознайомитись з рухом точок ,
що

рухаються одночасно
відносно двох

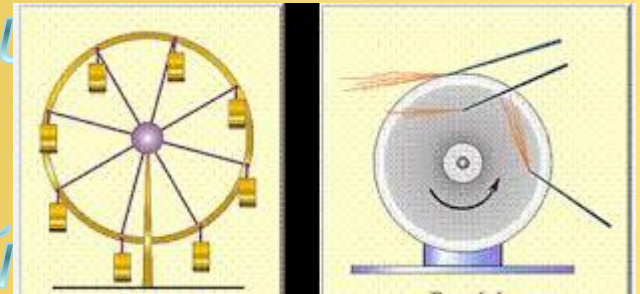
систем відліку
різні види



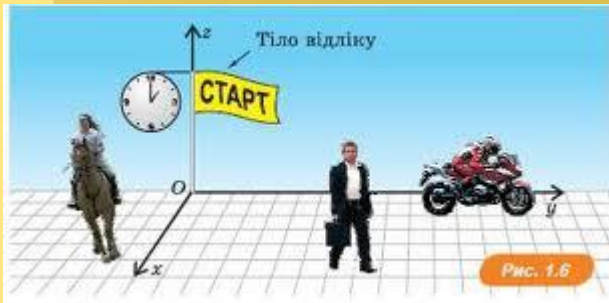
План



1. Основні види руху точки



2. Додавання швидкостей



Основні види руху точки

Складним рухом точки називається рух точок одночасно відносно двох систем відліку, одна з яких умовно нерухома, друга - певним способом рухається відносно першої.

- **Абсолютний рух** – рух точки відносно нерухомої системи координат

- **Відносний рух** – рух точки відносно рухомої системи координат

- **Переносний рух** – рух точки відносно нерухомої системи координат

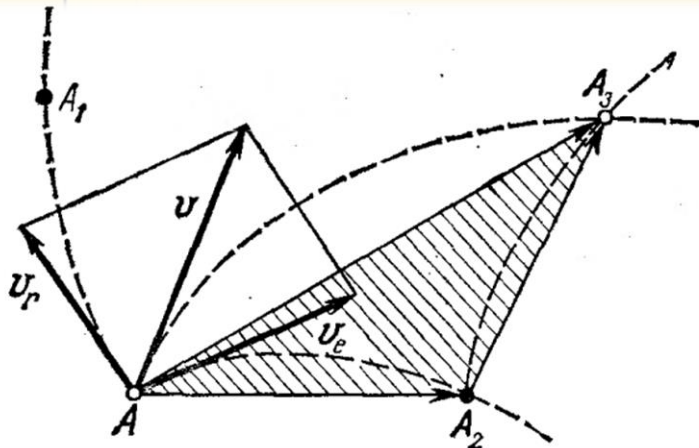


ШВИДКОСТЕЙ

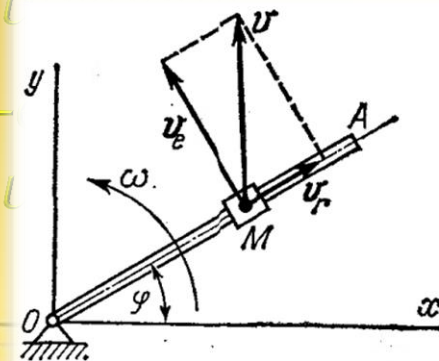
- **Абсолютна** – швидкість точки в абсолютному русі
- **Відносна** – швидкість точки в відносному русі

Абсолютна швидкість точки дорівнює векторній сумі відносної і переносної швидкостей

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_r$$



- \mathbf{V} - вектор абсолютної швидкості
- \mathbf{V}_e - вектор переносної швидкості
- \mathbf{V}_r - вектор відносної швидкості



Складний рух твёрдого тела

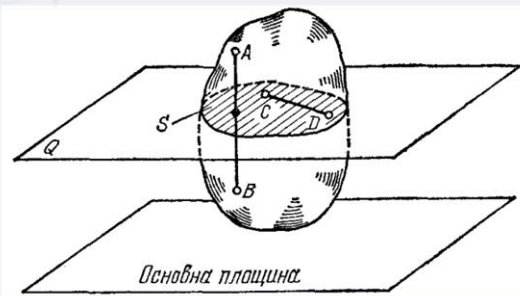
МЕТА: Ознайомитись з різними видами складного руху твердого тіла . Дослідити його впливи на швидкості точок плоскої фігури



ПЛАН

1. **ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИЙ РУХ**
2. **МИТТЄВИЙ ЦЕНТР ШВИДКОСТЕЙ**
3. **ВЛАСТИВОСТІ МИТТЄВОГО ЦЕНТРА ШВИДКОСТЕЙ**
4. **РОЗКЛАДАННЯ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ НА ПОСТУПАЛЬНИЙ І ОБЕРТАЛЬНИЙ**

Плоскопаралельний рух (ППР) твердого тіла



ППР - це такий рух , в якому всі точки тіла переміщують в площинах // якійсь площині , яку називають основною.

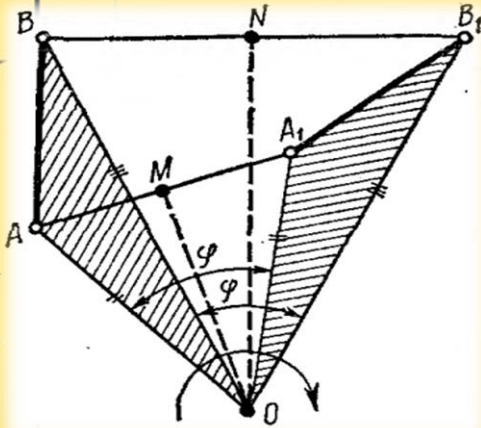


Приклад: рух шатуна кривошипно - повзункового механізму , рух колеса на прямолінійній ділянці шляху.

ППР вивчають двома методами:

- методом миттєвих центрів швидкостей (МЦШ).
- методом розкладання ППР на поступальний і обертальний.

МИТТЄВИЙ ЦЕНТР ШВИДКОСТЕЙ (МЦШ)



Теорема: будь – яке плоскопаралельне переміщення твердого тіла можна дістати одним обертанням навколо осі , перпендикулярної до основної площини .

Слід миттєвої осі обертання на площині фігури називають миттєвим центром швидкостей.

Кутову швидкість , з якою тіло миттєво обертається називають миттєвою кутовою швидкістю.

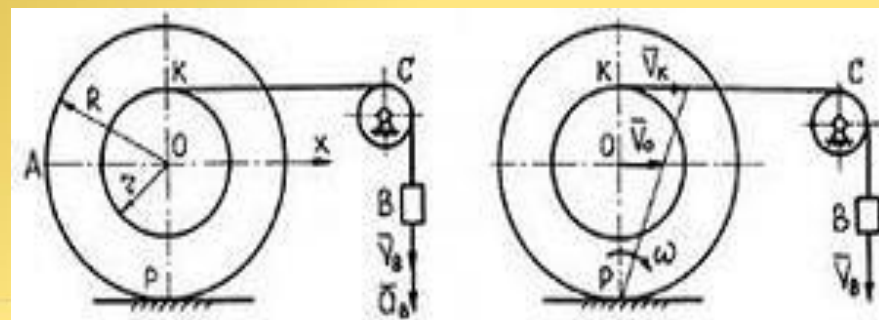
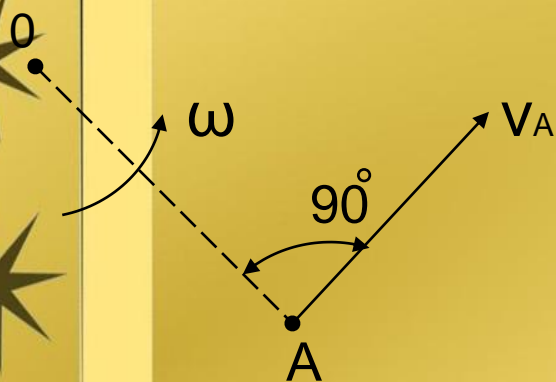
ППР тіла може відбуватись послідовними неперервними миттєвими поворотами навколо осей обертання .

Методом МЦШ користуються лише для визначення швидкостей точок плоскої фігури , а не для визначення траєкторій і прискорень цих точок

Властивості МЦШ:

1. Швидкість миттєвого центра дорівнює нулю
2. Миттєвий центр лежить на перпендикулярі, опущеному з точки на напрям її швидкості
3. Швидкість точки дорівнює добутку миттєвої кутової швидкості на відстань точки від **МЦШ**

$$V_A = \omega \cdot OA$$

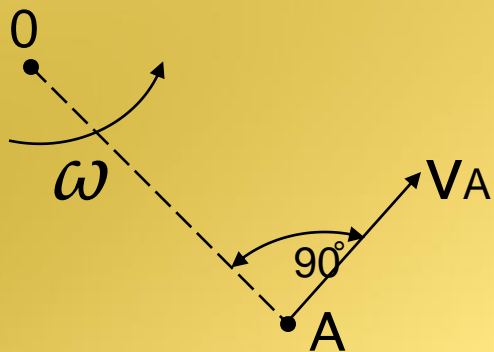


положення МЦШ плоскої фігури

1. Відомі миттєва кутова швидкість ω і швидкість V_A точки A .

МЦШ знаходиться на перпендикулярі, опущеному з точки A на вектор швидкості V_A на відстані

$$OA = \frac{V_A}{\omega}$$



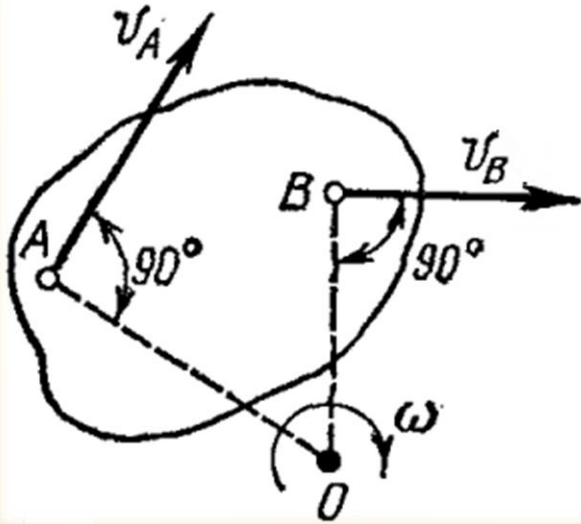
Способи визначення положення

МЦШ плоскої фігури

2. Відомі напрями швидкостей двох точок А і В.

МЦШ лежить на перетині перпендикулярів, опущених

точок А і В на напрями їх швидкостей .



$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\omega \cdot OA}{\omega \cdot OB} = \frac{OA}{OB}$$

Швидкості точок плоскої фігури прямо пропорційні їх відстаням від миттєвого центра швидкостей .

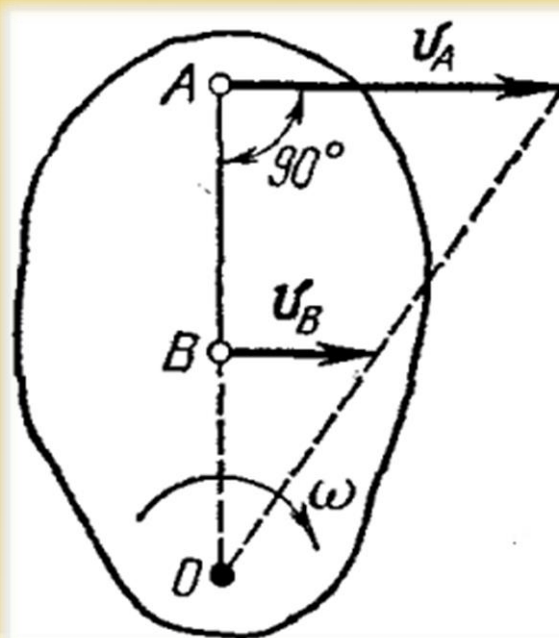
СПОСОБИ ВИЗНАЧЕННЯ

ПОЛОЖЕННЯ

МЦШ ПЛОСКОЇ ФІГУРИ

3. Відомі швидкості точок A і B , V_A , V_B , напрям, перпендикулярні до відрізка AB , різні за модулем.

МЦШ знаходиться у точці перетину прямої, що сполучає початки векторів V_A , V_B з прямою, що сполучає кінці векторів.

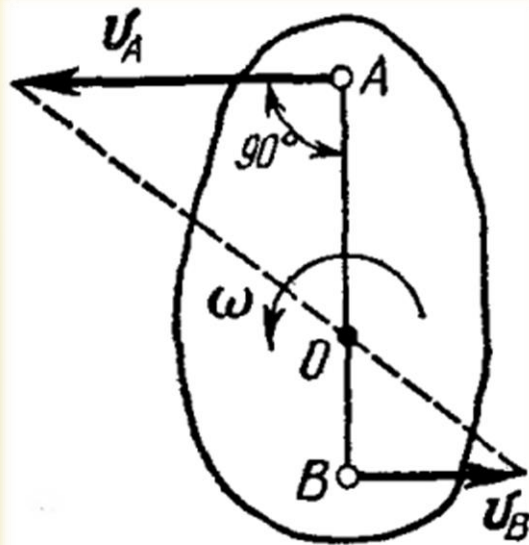


положення

МЦШ плоскої фігури

4. Швидкості $V_A \parallel V_B$, $V_A \neq V_B$, мають протилежні напрями, перпендикулярні до відрізка AB .

МЦШ знаходиться у точці перетину відрізка AB з прямою, що сполучає кінці векторів V_B, V_A .

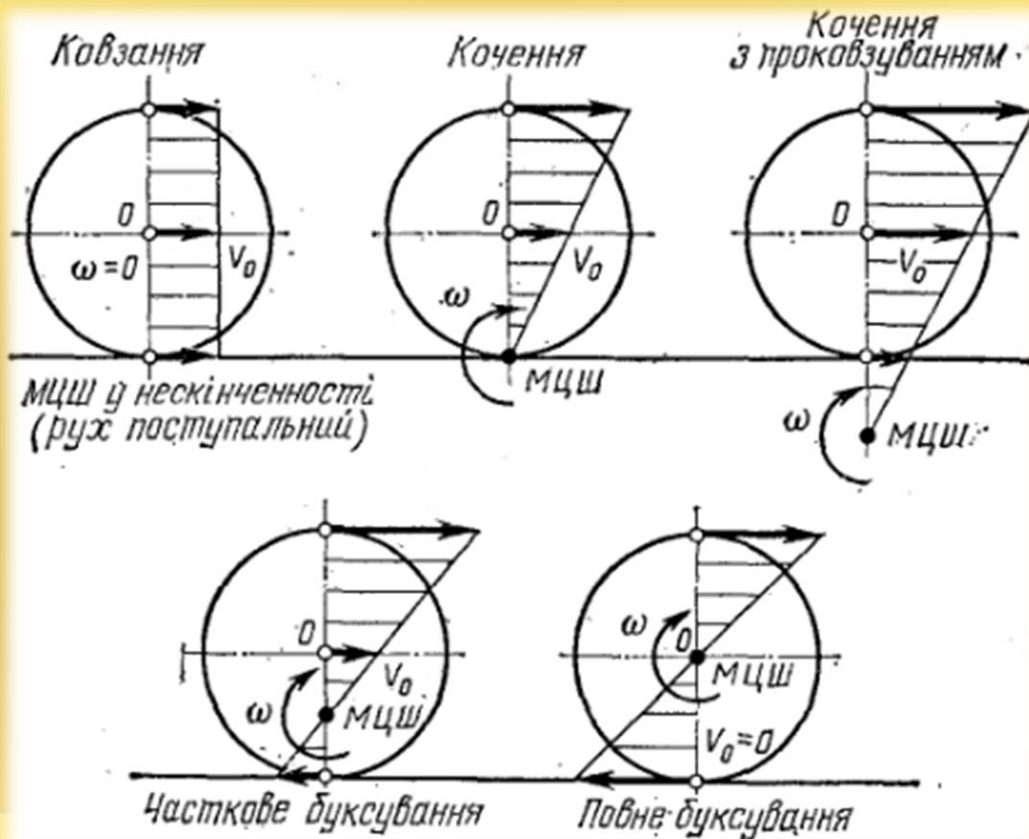


положення

МЦШ плоскої фігури

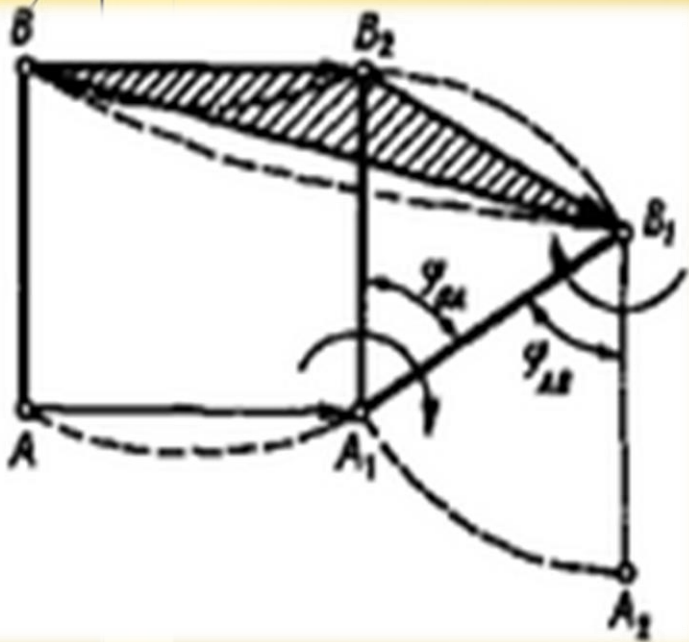
5. Плоска фігура котиться без проковзування по нерухомій кривій.

МЦШ лежить в точці дотику фігури і кривої , оскільки $V=0$



плоскопаралельного руху на поступальний і обертальний

Теорема: усяке плоскопаралельне переміщення
твердого тіла може складатися з одного
поступального і одного обертального
рухів.



Поступальний рух – **переносний**
Обертальний рух – **відносний**

$$V_B = V_A + V_{BA}$$

*вектор абсолютної швидкості точки B
дорівнює вектору абсолютної швидкості
точки A, доданого до вектора швидкості
точки B у відносному обертальному русі
відрізка AB навколо точки A*



Основні поняття та

аксіоми динаміки

Мета: розширення знань з теми ,

*спрямованість основних положень
динаміки на майбутню
спеціальність*



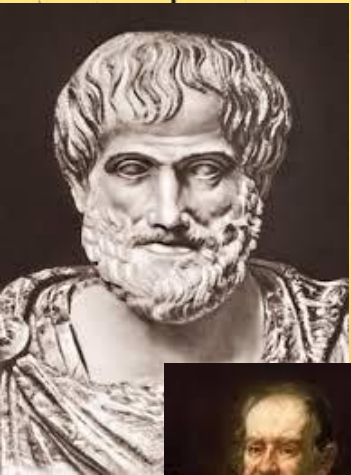
План

1. Предмет динаміки
2. Основні задачі динаміки
3. Основні аксіоми динаміки
4. Основні поняття динаміки
5. Основне рівняння динаміки
при поступальному русі точки

Динаміка - це розділ теоретичної механіки,
що вивчає механічний рух тіл
залежно від сил , які впливають
на цей рух

Вчені-дослідники:

Арістотель (IV ст до н. е.)



Галілей (1564 – 1642)

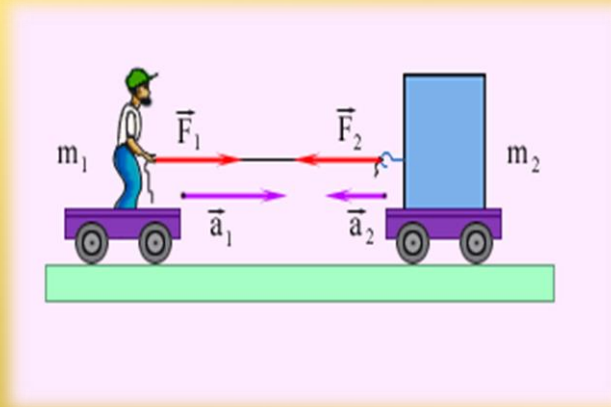


Ньютон (1643 – 1727)



Основні задачі динаміки:

1 – Знаючи рух матеріальної точки або тіла, визначають діючі сили.

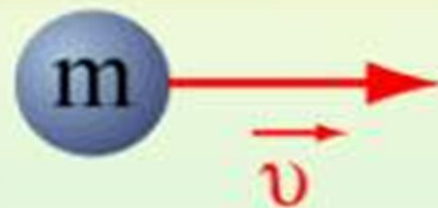
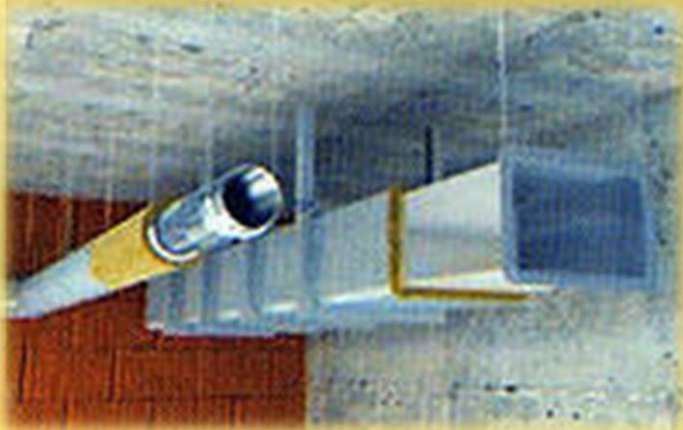


2 – Знаючи сили, що діють на матеріальну точку або тіло, визначають рух точки або тіла.

Основні аксіоми динаміки

Перша аксіома динаміки (I закон Ньютона)

Ізольована матеріальна точка перебуває або в стані спокою , або рухається прямолінійно і рівномірно , доки якісь сили не виведуть її з цього стану



$$\vec{v} = \text{const},$$
$$\text{при } \vec{F} = 0$$

Основні аксіоми динаміки

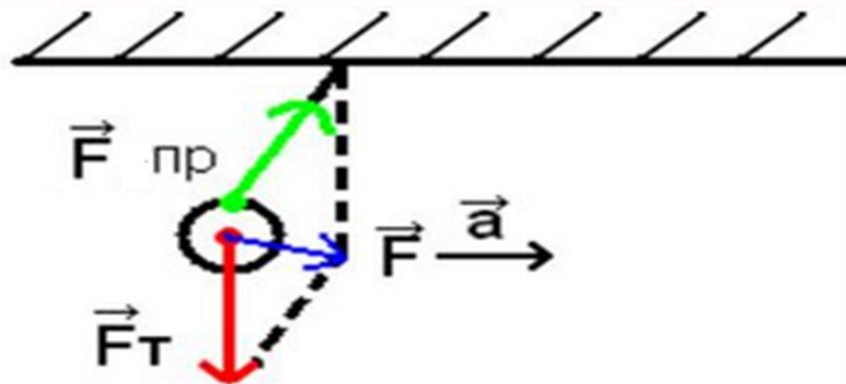
Друга аксіома динаміки (II закон Ньютона)

Добуток маси тіла на його прискорення дорівнює модулю сили

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (\text{основне рівняння динаміки})$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$(\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots)$$



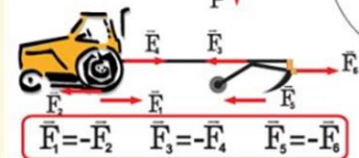
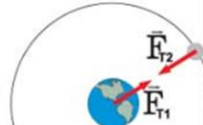
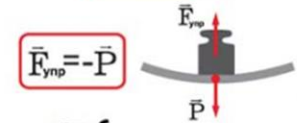
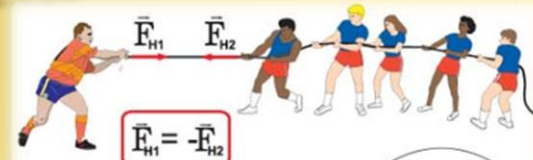
Основні аксіоми динаміки

Третя аксіома динаміки (III закон Ньютона)

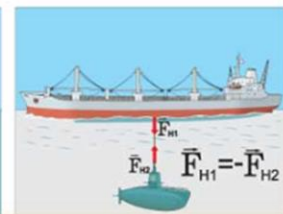
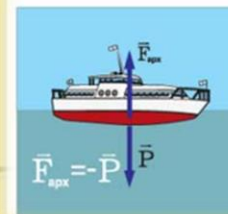
Сили взаємодії двох матеріальних точок за модулем рівні між собою і мають протилежні напрями

$$F_1 = F_2 ; m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$



$$\vec{F}_{T1} = -\vec{F}_{T2}$$



Основні аксіоми динаміки

Четверта аксіома динаміки (принцип незалежності дії сил)

Коли на матеріальну точку одночасно діє кілька сил, то її прискорення дорівнює векторній сумі прискорень, що їх набуде ця точка від кожної сили окремо.



$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n$$

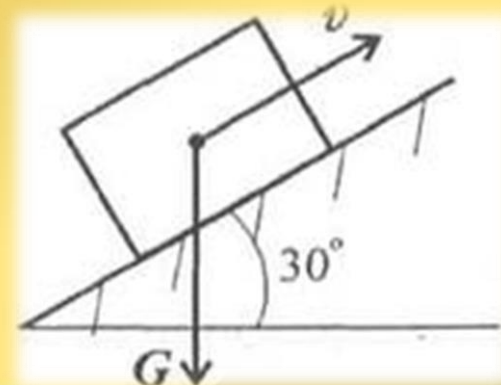
Основні поняття та визначення:

- **(m)** маса-це міра інертності тіла , ($кг$)
- **(W)** робота-це добуток модуля сили на шлях і на косинус кута між напрямками сили і переміщення , ($Дж$)
- **(P)** потужність-це робота виконана протягом одиниці часу , ($Вт$)
- **(mv)** кількість руху-це динамічна міра руху матеріальної точки , ($кг \cdot м / с$)
- **($P \cdot t$)** імпульс сили-це міра її дії у часі , ($кг \cdot м / с$)
- **(E)** енергія механічна-це енергія переміщення і взаємодії тіл

Рух матеріальної точки.

Метод кінетостатики

Мета: ознайомитись з рухом матеріальних точок, показати взаємозв'язок понять статички та кінематики



план

1. *Поняття про вільну і невільну точку*
2. *Поняття про силу інерції*
3. *Принцип Даламбера ,
метод кінетостатики*
4. *Сили інерції в криволінійному русі*

Поняття про вільну і невільну точку

- **Вільна точка**-якщо інші точки не заважають її переміщенню в будь - якому напрямі.
- **Невільна точка**-якщо інші точки заважають її переміщенню в будь -якому напрямі.

Поняття про силу інерції

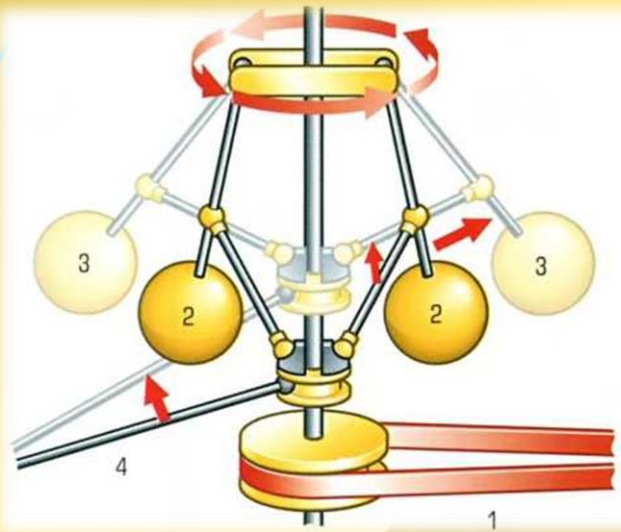
Сила інерції – це вектор, який дорівнює добутку

$$F_{ін} = -m \cdot a$$

маси точки на її прискорення і має протилежний до

прискорення

напряму





1716

– 1783



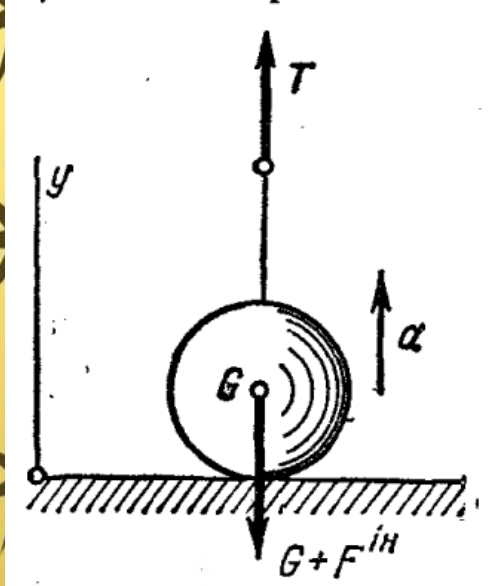
1737



1717

Принцип Германа – Ейлера – Даламбера

Метод кінетостатики



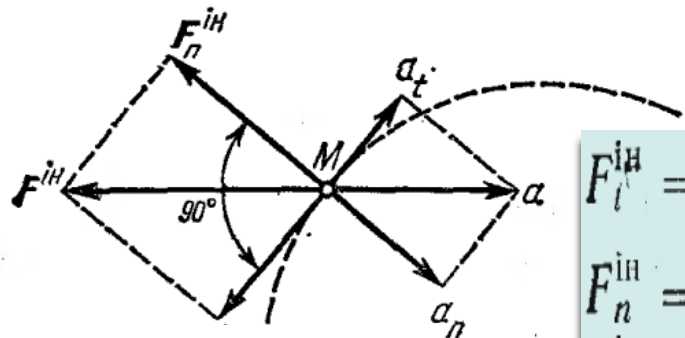
Активні і реактивні сили , які діють на матеріальну точку , разом із силами інерції утворюють систему взаємозрівноважених сил , що відповідає всім умовам рівноваги

$$T = G + F^{in} = G + ma.$$

$$\Sigma Y = 0; \quad T - G - F^{in} = 0,$$

Сили інерції при криволінійному русі

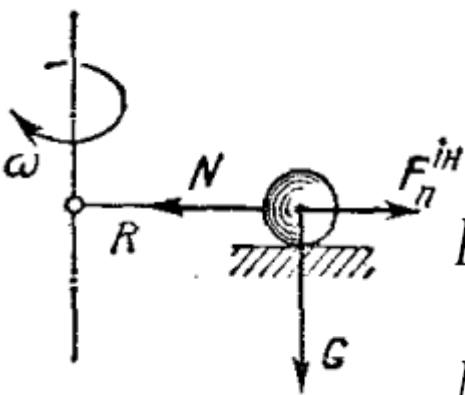
Кожному прискоренню відповідає своя сила



$F_t^{iH} = m \frac{dv}{dt}$ — дотична, або тангенціальна, сила інерції;

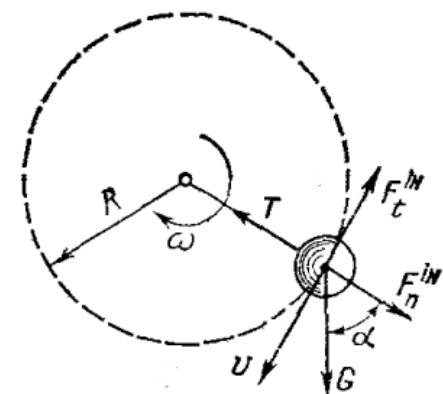
$F_n^{iH} = mv^2/\rho$ — нормальна, або відцентрова, сила інерції;

$F^{iH} = ma$ — повна сила інерції.



$F_n^{iH} = \frac{mv^2}{R}$ — відцентрова сила інерції

$N = \frac{mv^2}{R}$ — доцентрова сила



$$F_n^{iH} = m\omega^2 R$$

Робота і потужність

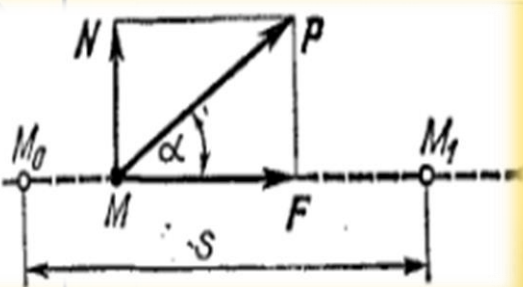
Мета: розширити знання , розкрити
роль понять робота і
потужність
при різних видах руху.

ПЛАН

- 1. Види роботи , одиниці роботи**
- 2. Потужність , одиниці потужності**
- 3. Робота і потужність при обертовому русі**
- 4. Механічний коефіцієнт корисної дії**

ВИДИ РОБОТИ:

РОБОТА СТАЛОЇ СИЛИ ПРИ ПРЯМОЛІНІЙНОМУ РУСІ, ОДИНИЦІ РОБОТИ



M -матеріальна точка

P -сила, N

S -шлях, м

N, F -складові сили P

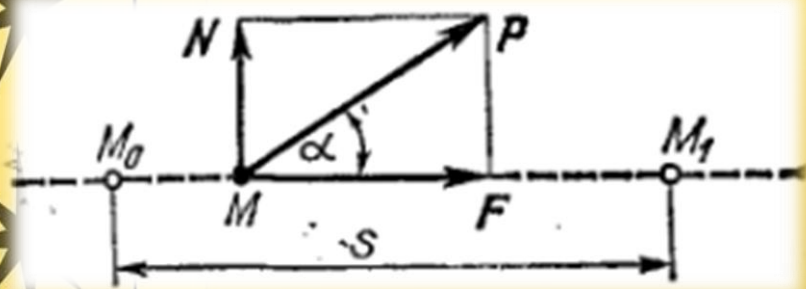
$$W = F \cdot S = P \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Робота сили дорівнює добутку її модуля на шлях і на косинус кута між напрямками сили і переміщення.

Робота – це міра дії сили, прикладеної до матеріальної точки під час її переміщення

ВИДИ РОБОТИ:

РОБОТА СТАЛОЇ СИЛИ ПРИ ПРЯМОЛІНІЙНОМУ РУСІ , ОДИНИЦІ РОБОТИ



W- скалярна величина

Випадки:

1) $\alpha = 0^\circ$ $W = P \cdot s$

2) $\alpha = 90^\circ$ $W = 0$

3) $\alpha = 180^\circ$ $W = - P \cdot s$

Сили , що виконують додатню роботу – **це рушійні сили**

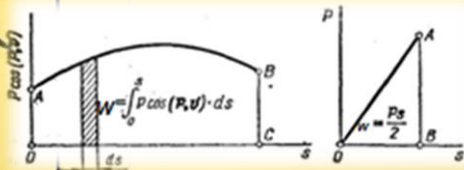
Сили , що виконують від'ємну роботу – **сили опору**

$W \rightarrow \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$ (**Джоуль**)

Джоуль – це робота сили в один ньютон на шляху в один метр

ВИДИ РОБОТИ:

Робота змінної сили при криволінійному русі



$$dW = P ds \cos(P, v).$$

$$W = \int_0^s P \cos(P, v) ds.$$

$$dW = P \cos(P, v) ds,$$

$$W = Ps/2.$$

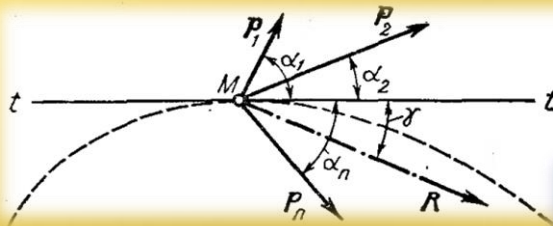
ВИДИ РОБОТИ:

Робота рівнодіючої сили

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n.$$

$$W_R = W_{P_1} + W_{P_2} + \dots + W_{P_n}$$

$$W_R = \Sigma W_{P_i}$$



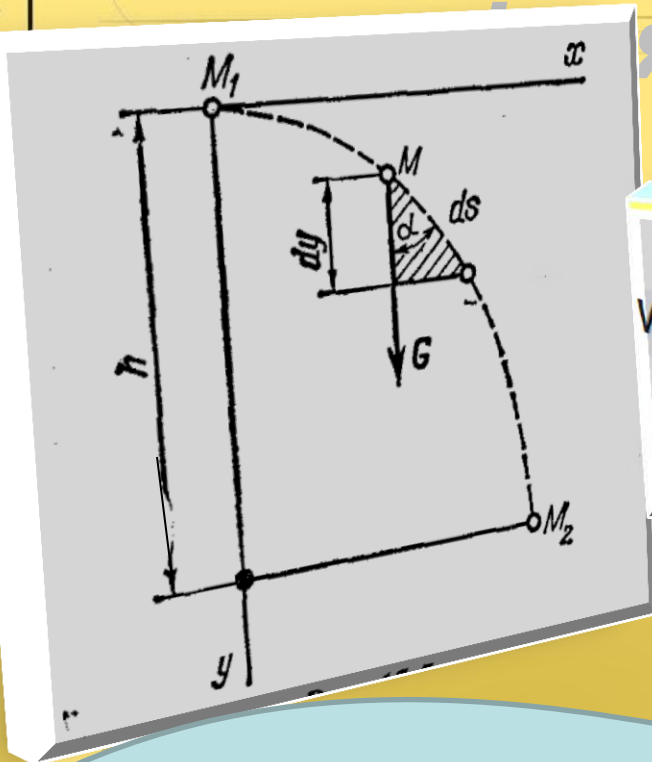
Робота рівнодіючої сили

на якійсь ділянці
шляху дорівнює
алгебраїчній сумі
робіт складових сил



РОБОТИ:

Робота сили



$$W = \int_0^s G ds \cos \alpha = \int_0^h G dy = G \int_0^h dy = Gh.$$

$$W = Gh.$$

Робота сили тяжіння не залежить від виду траєкторії і дорівнює добутку модуля сили на вертикальне переміщення точки її прикладання.

ПОТУЖНІСТЬ, одиниці виміру

Потужність сили – це робота, виконана протягом одиниці часу

$$P = \frac{W}{t} = \frac{P \cdot S}{t} = P \cdot V$$

P – потужність, Вт

W – робота, Дж

t – час, с

$$W \rightarrow \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \rightarrow \text{Вт (Ват)}$$

$$1 \text{ кВт} = 10^3 \text{ Вт}$$

$$1 \text{ кВт} = 1,36 \text{ к.с.}$$

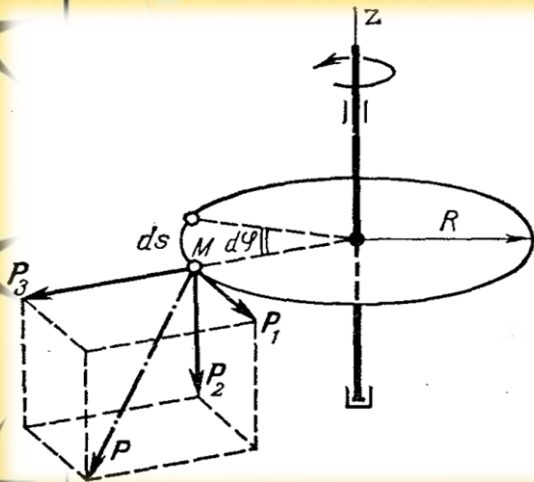
$$1 \text{ к.с.} = 0,736 \text{ кВт}$$

Потужність сили дорівнює добутку модуля сили на швидкість точки її прикладання

Робота сталої сили , прикладеної до обертового тіла .

Потужність при обертівому русі

Робота сталої сили , прикладеної до обертового тіла , дорівнює добутку обертаючого моменту на кутове прискорення



$$M_{об} = M_z(P)$$

$$W = M_{об}\varphi$$

Момент сили , прикладеної до диска , відносно осі обертання називається **обертаючим моментом**

$$P = M_{об} \cdot \omega$$

Потужність сили , прикладеної до обертового тіла , дорівнює добутку обертаючого моменту на кутову швидкість

Механічний коефіцієнт корисної дії

Енергія – це здатність тіла виконувати роботу під час переходу від одного стану до іншого

Енергія – це загальна міра різних форм руху матерії . При передачі руху або виконанні роботи рушійної сили механізмів і машин перемагають сили опору які

Відносна кількість енергії , яка використовується за прямим призначенням , характеризується коефіцієнтом корисної дії (к.к.д.) і позначається η

- сили корисного опору
- сили шкідливого опору

$$\eta = \frac{W_k}{W_3} = \frac{P_k}{P_3}$$

Втрати зумовлені силами тертя та силами навколишнього середовища

Коефіцієнтом корисної дії називається відношення корисної роботи (потужності) до затраченої:

Механічний η враховує тільки механічні втрати

Механічний коефіцієнт корисної дії

Орієнтовні значення К.К.Д. для

найпоширеніших

механізмів і машин

Металообробні верстати	0.8
Кривошипно – повзунковий механізм	0.95
Черв'ячна передача	до 0.92
Теплові двигуни	до 0.4
Турбіни	0.95
Електродвигуни	0.92

При послідовному з'єднанні механізмів загальний η

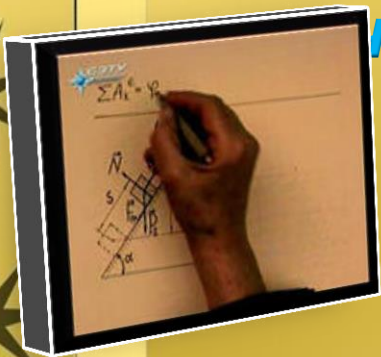
$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_n$$

де - $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots \eta_n$ - к.к.д. кожного окремого механізму

ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕМИ ДИНАМІКИ

Мета: дослідити залежність між зміною динамічних мір матеріальної точки і мірами дії сил, прикладених до цієї

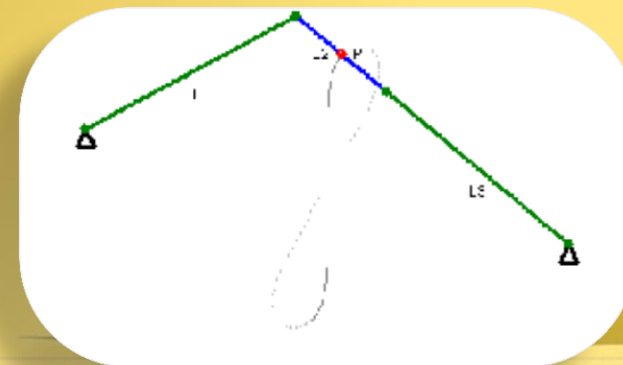
ДИНАМІКИ



ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕМИ ДИНАМІКИ

План

1. Кількість руху , імпульс сили
2. Теорема про зміну кількості руху
3. Потенціальна та кінетична енергія матеріальної точки
4. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки



КІЛЬКІСТЬ РУХУ, ІМПУЛЬС СИЛИ

ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ В СИСТЕМІ СІ

Кількість руху mv матеріальної точки – це вектор

, який дорівнює добутку маси точки на її швидкість і має напрям швидкості.

Кількість руху – це динамічна міра руху матеріальної точки

Одиниця кількості руху $(m \cdot v) = (m) \cdot (v) = \text{кг} \cdot \text{м/с}$

Імпульсом сталої сили Pt – називається вектор, який

дорівнює добутку сили на час її дії.

Імпульс сили – це міра її дії у часі

Одиниця імпульсу сили $(P \cdot t) = (P) \cdot (t) = (m) \cdot (a) \cdot (t) = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{с}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ТЕОРЕМА ПРО ЗМІНУ КІЛЬКОСТІ РУХУ

Теорема про зміну кількості руху :
зміна кількості руху матеріальної точки за якийсь проміжок часу дорівнює імпульсу прикладеної до неї сили за той самий проміжок часу

$$m \cdot v - m \cdot v_0 = P \cdot t$$

$(m \cdot v - m \cdot v_0)$ – зміна кількості руху за час t

$(P \cdot t)$ – імпульс сили за час t

Якщо до матеріальної точки прикладено кілька сталих сил, то зміна кількості руху буде дорівнювати сумі імпульсів даних сил:

$$m \cdot v - m \cdot v_0 = \Sigma(P_n \cdot t)$$

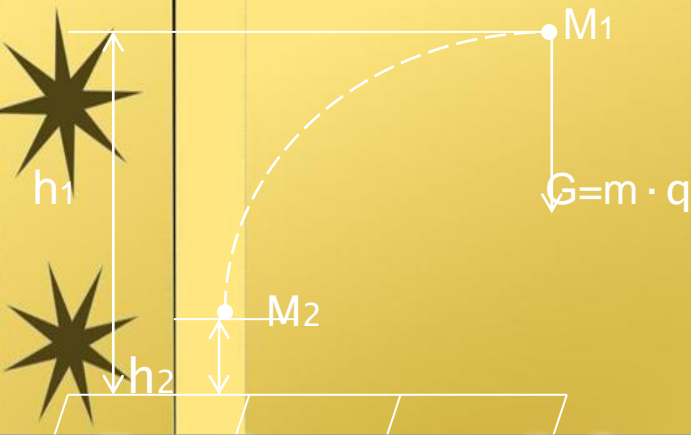
Потенціальна та кінетична енергія матеріальної точки

Механічна енергія – це енергія переміщення і взаємодії тіл
Механічну енергію поділяють на **потенціальну** та **кінетичну**

Енергія взаємодії тіл називається
потенціальною

(стиснута пружина, матеріальна точка піднята на висоту та ін.)

Мірою потенціальної енергії є робота, яку виконує точка під час вільного падіння.



$$E_p = P = G \cdot h$$

P-потенціальна енергія

h-висота

G-сила тяжіння

K-кінетична енергія

m-маса

v-швидкість

$$E_k = K = \frac{mv^2}{2}$$

Енергія, яку має будь-яка точка під час руху називається
кінетичною

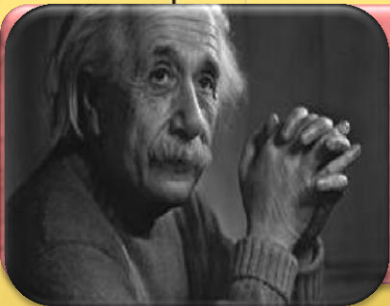
Кінетична енергія - це динамічна міра руху матеріальної точки.

Одиниця енергії – джоуль (Дж)

Закон збереження механічної енергії

$$E_k + E_p = K + P = \text{const}$$

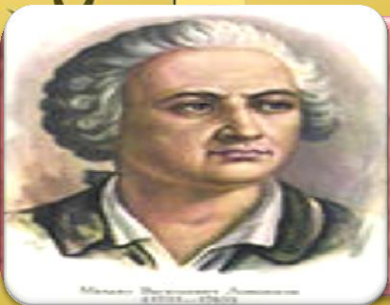
*під час руху матеріальної точки під дією лише сили тяжіння
сума потенціальної і кінетичної енергії є величина стала*



(1879-1955) **А. ЕНШТЕЙН**

теорія відносності – закон пропорційності енергії і маси тіла

$$E = mc^2$$



(1711-1765) **М.В. ЛОМОНОСВ**

ніяка божа сила не спроможна ні створити , ні знищити матерію , матерія існує сама по собі і не потребує ніякої сторонньої сили

Теорема про зміну кінетичної енергії

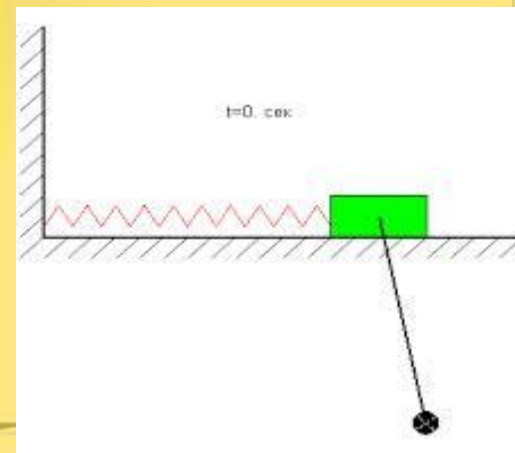
Зв'язок між кінетичною енергією та роботою встановлено на основі **теорему про зміну кінетичної енергії** :

зміна кінетичної енергії матеріальної точки на якомусь відрізку шляху дорівнює роботі сили, прикладеної до точки на тому самому відрізку шляху

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = W$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \text{ – зміна кінетичної енергії}$$

W - робота сили



 **ВІДЕОФІЛЬМ "ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ"**



МЕТА: *Оволодіти знаннями з основ динаміки системи матеріальних точок. Дослідити зв'язок основних формул динаміки для поступального і обертального рухів твердого тіла.*

Елементи системи



Елементи динаміки системи

План

- 1. Механічна система матеріальних точок**
- 2. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла. Момент інерції твердого тіла.**
- 3. Кінетична енергія твердого тіла в різних видах його руху.**
- 4. Формули динаміки для поступального і обертального рухів твердого тіла**

Механічна система матеріальних точок

Механічною системою матеріальних точок називається сукупність механічних точок, певним способом зв'язаних між собою.

Будь-яке тверде тіло – це незмінна механічна система матеріальних точок

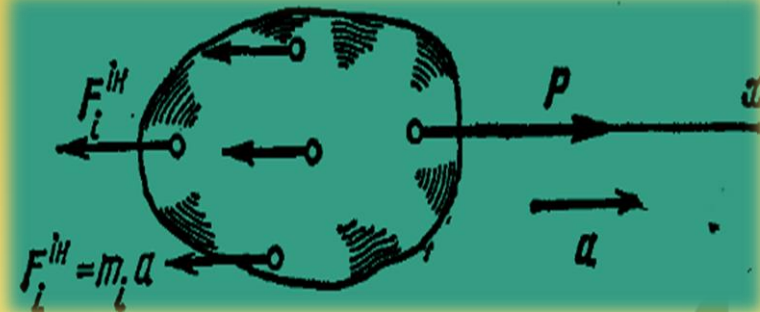
Внутрішні сили – це сили взаємодії точок даної системи.

Зовнішні сили – це сили, з якими діють на дану систему точки, що не належить до цієї системи.

$P = m \cdot a$ – рівняння

поступального руху твердого тіла. Воно не відрізняється від основного рівняння динаміки точки.

Всі формули динаміки точки застосовані до тіла, яке рухається поступально



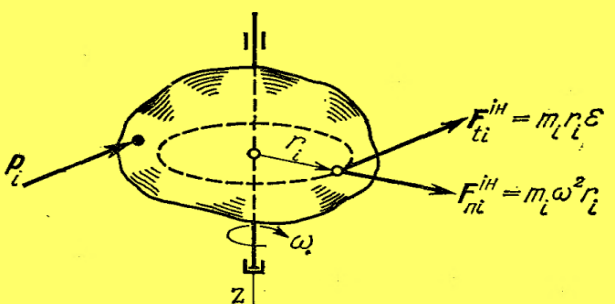
P – рушійна сила

a – прискорення

m – маса твердого тіла

Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла .Момент інерції

Тверде тіло під дією системи сил обертається навколо нерухомої осі z з кутовим прискоренням ϵ .



Вивши тіло на ряд матеріальних точок ,

додосовуємо принцип Даламбера

$$\Sigma M_z = 0, \quad \Sigma M_z (P_i) - \Sigma M_z (F_n^{iH}) = 0$$

Сума моментів зовнішніх сил відносно осі обертання називається

обертаючим моментом

$$\Sigma M_z (P_i) = M_{об} = \Sigma M_z (F_{ti}^{iH}) = \Sigma (m_i r_i \epsilon r_i) = \epsilon \Sigma (m_i r_i^2)$$

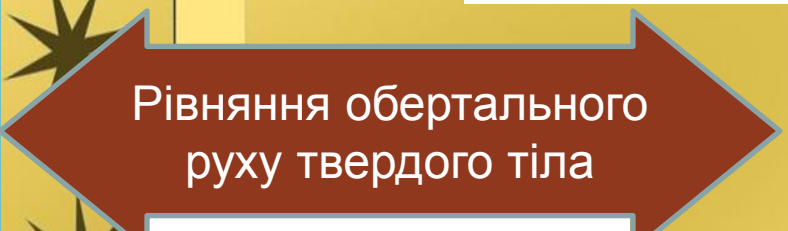
Вираз $\Sigma (m_i r_i^2)$ зивається **моментом інерції тіла відносно осі**

позначається **J**:

$$J = \Sigma (m_i r_i^2)$$

момент інерції тіла відносно осі –

це сума добутків мас матеріальних точок , які утворюють це тіло , на квадрат відстаней їх до цієї осі



Рівняння обертального руху твердого тіла

$$M_{об} = J \cdot \epsilon$$

Одинця моменту інерції:

$$[J] = [mr^2] = [m] [r^2] = \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Моменти інерції для деяких однорідних тіл

$$J = mR^2/2,$$

ДИСК

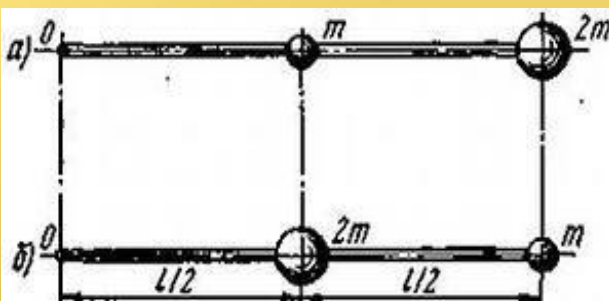


куля

$$J = \frac{2}{5} mR^2;$$

$$J = ml^2/3;$$

тонкий стержень



$$J = m(R^2 + r^2)/2.$$

$$J = 2mR^2/3;$$

тонка сферична оболонка



порожнистий вал



Маховий момент

Маховим моментом GD_i^2 називають

добуток сили тяжіння G
обертвого тіла на квадрат
його діаметра інерції .

Одиниця махового моменту – $\text{Н} \cdot \text{м}^2$

**Залежність між маховим
моментом і моментом інерції**

$$GD_i^2 = 4gJ = 39,24J.$$

Кінетична енергія твердого тіла в різних випадках його руху

Кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичних енергій матеріальних точок, які утворюють це тіло

$$E_k = K \leq \frac{\sum m_i v_i^2}{2}$$

Випадки руху :

$$K_{\text{пост}} = \frac{\sum m_i v_i^2}{2} = \frac{v^2}{2} \cdot \sum m_i; \quad K_{\text{пост}} = \frac{mv^2}{2}$$

1. Тіло рухається поступально

для випадку поступального руху твердого тіла його кінетична енергія дорівнює кінетичній енергії матеріальної точки

2. Тіло обертається навколо нерухомої осі

$$K_{\text{об}} = \sum (m_i v_i^2)/2 = \sum [m_i (\omega r_i)^2]/2 = (\omega^2/2) \sum (m_i r_i^2), \quad K_{\text{об}} = J \cdot \frac{\omega^2}{2}$$

кінетична енергія тіла, що обертаються дорівнює половині добутку моменту інерції тіла на квадрат його кутової швидкості

3. Тіло рухається плоскопаралельно

$$K_{\text{пп}} = \frac{mv^2}{2} + J \cdot \frac{\omega^2}{2}$$

кінетична енергія тіла, що рухаються плоскопаралельно дорівнює сумі кінетичних енергій у поступальному русі і обертальному русі

$$\Sigma K - \Sigma K_0 = \Sigma W$$

Зміна кінетичної енергії систем тіл при деякому переміщенні дорівнює алгебраїчній сумі робіт усіх зовнішніх і внутрішніх сил, які діяли на систему під час її переміщення.

Формули динаміки для поступального і обертального рухів твердого тіла

За структурою формули подібні

порівнювані рівняння і динамічні міри	види руху	
	поступальний	обертальний
Рівняння руху	$P = at$	$M_{об} = J\varepsilon$
Робота	$W = Ps$	$W = M_{об}\varphi$
Потужність	$P = Fv$	$P = M_{об}\omega$
Кінетична енергія	$K = \frac{mv^2}{2}$	$K = \frac{J\omega^2}{2}$